

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

2.º Período

30/01/20

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Anderson Peters, de Granada, tornou-se o atual campeão do mundo do lançamento do dardo em Doha (capital do Qatar) em 2019.



Admita que, em cada lançamento de Anderson Peters, o dardo saía segundo um ângulo de amplitude α , em radianos, e a distância alcançada por ele, d , em metros, era dada, em função de α , por $d(\alpha) = 87,15 \operatorname{sen}(2,2\alpha)$, com $\alpha \in [0,1]$.

- 1.1. A marca alcançada por Anderson Peters que lhe permitiu vencer a prova foi 86,89 metros.

Segundo este modelo, determine a amplitude do ângulo de saída quando ele fez o lançamento.

Apresente o resultado em graus, arredondado às décimas. Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

- 1.2. Admita agora que, neste modelo, se a amplitude α aumentar 50%, a distância alcançada pelo dardo será menos 8 metros.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de α , sabendo-se que esse valor existe e é único.

Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação;
- apresente o valor de α em radianos, arredondado às centésimas.

2. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura, está representado o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$.

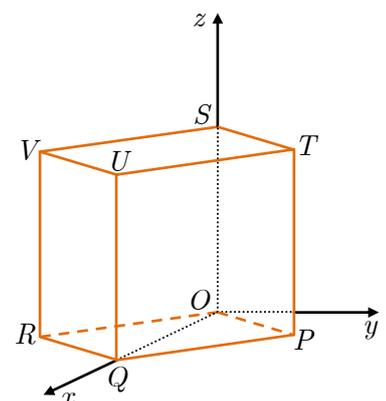
Sabe-se que:

- a face $[OPQRG]$ está contida no plano xOy ;
- o vértice Q pertence ao eixo Ox e o vértice S pertence ao eixo Oz ;
- o vértice T tem coordenadas $(1,1,2)$ e o vértice U tem coordenadas $(2,0,2)$.

- 2.1. Qual é o valor de $\overrightarrow{PT} \cdot \overrightarrow{PU}$?

(A) $-\sqrt{8}$ (B) 4 (C) -4 (D) $\sqrt{8}$

- 2.2. Determine, na forma $ax + by + cz + d = 0$, uma equação simplificada do plano UTO .



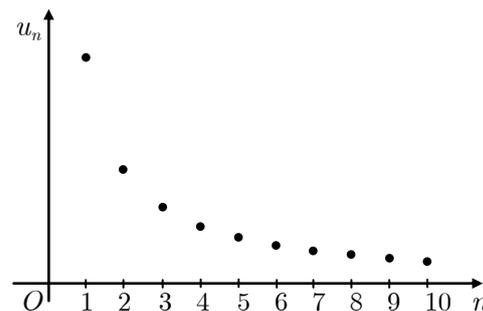
3. Considere o conjunto $P =]-3, 0] \cup \mathbb{N}$ e sejam A o conjunto dos majorantes e B o dos minorantes de P . Assim, pode-se concluir que:

- (A) $A = \emptyset$ e $B =]-\infty, -3]$ (B) $A = \emptyset$ e $B =]-\infty, -3[$
(C) $A = [1, +\infty[$ e $B =]-\infty, -3]$ (D) $A = [1, +\infty[$ e $B =]-\infty, -3[$

4. No gráfico da figura, estão representados os primeiros dez termos da sucessão (u_n) .

Seguindo a mesma lei de formação dos termos, qual pode ser, $\forall n \in \mathbb{N}$, a expressão de $u_{n+1} - u_n$?

- (A) $\frac{2}{n^2+n}$ (B) $-\frac{2}{n^2+n}$
(C) $\frac{40-2n}{n^2+n}$ (D) $\frac{2n-40}{n^2+n}$



5. Considere a sucessão (a_n) definida por $a_n = \frac{7n}{1-2n}$.

5.1. Estude a sucessão (a_n) quanto à monotonia.

5.2. Verifique se $-\frac{25}{7}$ é termo de (a_n) e, em caso afirmativo, indique a sua ordem.

6. Seja (b_n) a sucessão definida por $b_n = 4 - \frac{8}{3n+5}$.

6.1. Calcule o primeiro termo da sucessão (b_n) superior a 3,97. Apresente o resultado com cinco casas decimais.

6.2. Mostre que (b_n) é limitada e indique, se existirem:

- o conjunto dos majorantes de (b_n) ;
- o conjunto dos minorantes de (b_n) ;
- o máximo de (b_n) ;
- o mínimo de (b_n) .



7. Sejam a um número real e (u_n) a sucessão definida por
$$\begin{cases} u_1 = a \\ u_n = 3n(-1)^n + u_{n-1}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
 Qual é o terceiro termo de (u_n) ?
- (A) $a - 3$ (B) $a + 15$ (C) $3a - 1$ (D) $3a + 6$

8. Atendendo aos dados da plataforma online *Priceonomics*, podemos relacionar a idade de um cão com o número de anos humanos. Seja (c_n) a sucessão que dá o número de “anos cão” (idade real de um cão) de um cão de grande porte (mais de 41 quilos) após n anos humanos. Essa sucessão está definida por recorrência por:



$$\begin{cases} c_1 = 14 \\ c_2 = 20 \\ c_n = c_{n-1} + 7,2, \forall n \geq 3 \end{cases}$$

Um cão de grande porte tem 92 “anos cão”. A quantos anos humanos corresponde, segundo este modelo?

- (A) 15 (B) 14 (C) 13 (D) 12
9. O Numésio está a estudar na universidade e começou, a partir de janeiro deste ano, a poupar parte do dinheiro que recebe de mesada. Assim, ele pensa poupar:
- em cada mês, mais 25 euros que no mês anterior;
 - no próximo mês de março, 100 euros.
- Supondo que o Numésio continua a poupar dinheiro desta forma, determine, em euros, a quantia que ele irá poupar em dezembro de 2024.

10. De uma progressão aritmética (a_n) , sabe-se que $a_{20} = -5 \wedge a_{26} = 17$. Determine o segundo termo de (a_n) .

11. Considere a progressão geométrica (b_n) de razão r , onde se sabe que $b_2 = -5120 \wedge \frac{b_7}{b_4} = -\frac{125}{64}$. Escreva uma expressão do termo geral de (b_n) . Apresente o resultado na forma $b_n = k \times r^{n-1}$.



12. Considere a sucessão (v_n) definida por $v_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{1-2n}$. Mostre que (v_n) é uma progressão geométrica e indique a sua razão.

FIM



COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	200
13	13	8	18	8	8	18	13	14	18	8	8	13	13	14	13	