

## ANEXO

---

**Versão 1**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

---

### GRUPO II

#### 4.1.

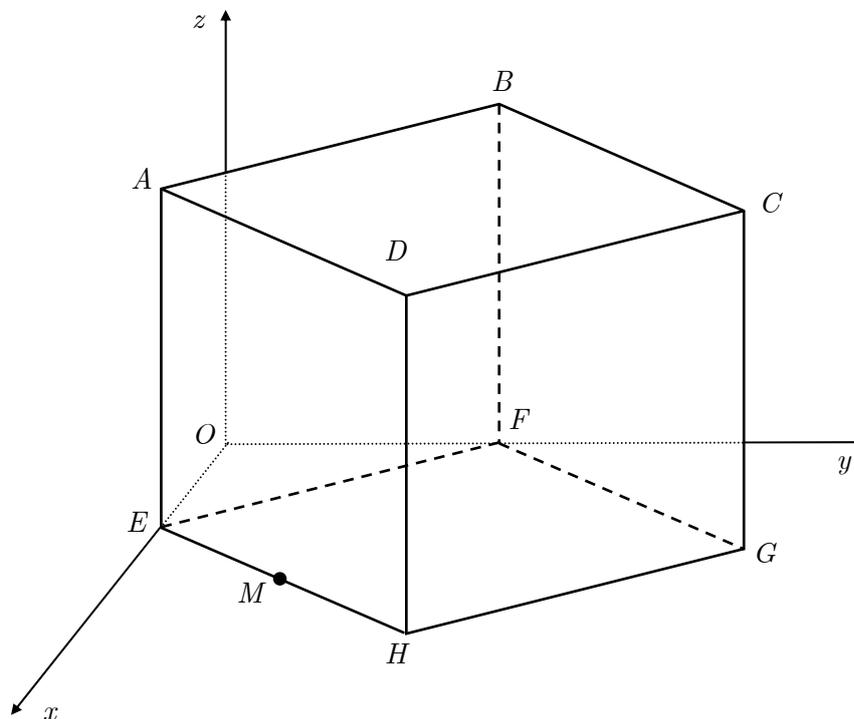


Figura 6

Teste Intermédio

## MATEMÁTICA A

---

Versão 1

---

Duração do Teste: 90 minutos | 20.03.2014

---

10.º Ano de Escolaridade

---

Na sua folha de respostas, indique de forma legível a versão do teste.

O enunciado do teste contém um anexo para a resolução do item 4.1.

Por este motivo, entregue o anexo em conjunto com a sua folha de respostas.

---

# Formulário

---

## Geometria

**Perímetro do círculo:**  $2\pi r$ , sendo  $r$  o raio do círculo

### Áreas

**Paralelogramo:**  $Base \times Altura$

**Losango:**  $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

**Trapézio:**  $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

**Círculo:**  $\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio do círculo

### Volumes

**Prisma e cilindro:**  $Área\ da\ base \times Altura$

**Pirâmide e cone:**  $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

### Relações métricas notáveis

**A diagonal de um quadrado de lado  $a$  é igual a  $\sqrt{2} a$**

**A diagonal espacial de um cubo de aresta  $a$  é igual a  $\sqrt{3} a$**

**A altura de um triângulo equilátero de lado  $a$  é igual a  $\frac{\sqrt{3}}{2} a$**

## GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que selecionar para responder a esse item.
- Não apresente cálculos, nem justificações.
- Se apresentar mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na Figura 1 está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , uma semicircunferência de centro na origem do referencial.

Qual das condições seguintes pode definir a região sombreada, incluindo a fronteira?

- (A)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 < y < 8$                       (B)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 \leq y \leq 4$   
 (C)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 < x < 8$                       (D)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 \leq x \leq 4$

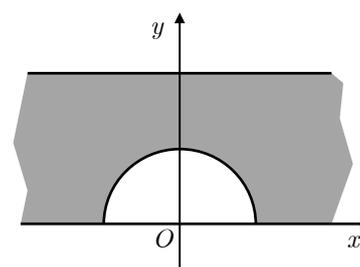


Figura 1

2. No referencial o.n.  $xOy$  da Figura 2 estão os triângulos  $[OPQ]$  e  $[ORS]$ , retângulos em  $P$  e em  $R$ , respetivamente. Sabe-se que:

- a razão entre a área do triângulo  $[ORS]$  e a do  $[OPQ]$  é igual a  $\frac{36}{25}$
- os pontos  $P$  e  $R$  pertencem ao semieixo positivo  $Ox$
- o ponto  $Q$  tem coordenadas  $(5,2)$

Quais são as coordenadas do ponto  $S$ ?

- (A)  $(\frac{49}{8}, 3)$                       (B)  $(\frac{31}{5}, 3)$                       (C)  $(6, \frac{19}{8})$                       (D)  $(6, \frac{12}{5})$

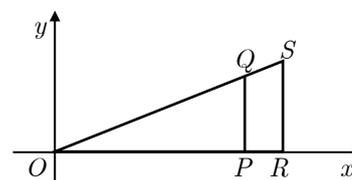


Figura 2

3. Considere o hexágono regular  $[ABCDEF]$  da Figura 3, de centro no ponto  $O$ .

Qual é a proposição verdadeira?

- (A)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = B$                       (B)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = D$   
 (C)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = A$                       (D)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = E$

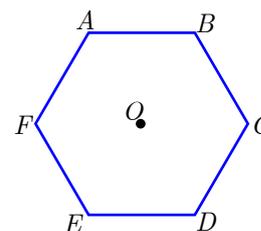


Figura 3

4. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a reta definida pela condição  $x = 5 \wedge z = -3$

Qual pode ser uma equação vetorial dessa reta?

(A)  $(x, y, z) = (5, 5, -3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$

(B)  $(x, y, z) = (5, 5, -3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

(C)  $(x, y, z) = (-3, 5, -3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$

(D)  $(x, y, z) = (-3, 5, -3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

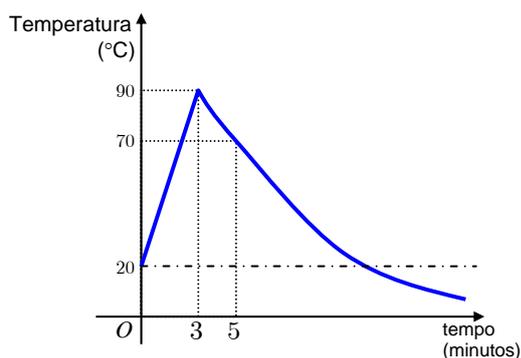
5. A Rosália fez uma experiência na sua cozinha que consistiu em aquecer ao lume uma certa quantidade de água, durante algum tempo; passado este tempo, ela apagou o lume e deixou a água a arrefecer.

Sabe-se que:

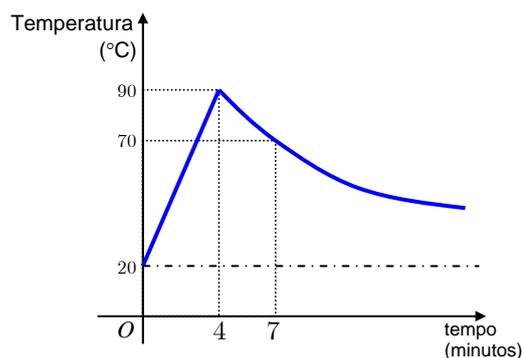
- a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, era igual à temperatura ambiente (que é de 20 graus Celsius na cozinha da Rosália);
- quando apagou o lume, a temperatura da água era de 90 graus Celsius;
- dois minutos depois de ter apagado o lume, a temperatura da água era de 70 graus Celsius;
- depois de a Rosália ter apagado o lume, a temperatura da água tendeu, com o passar do tempo, a igualar a temperatura ambiente.

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função que dá a temperatura da água em função do tempo?

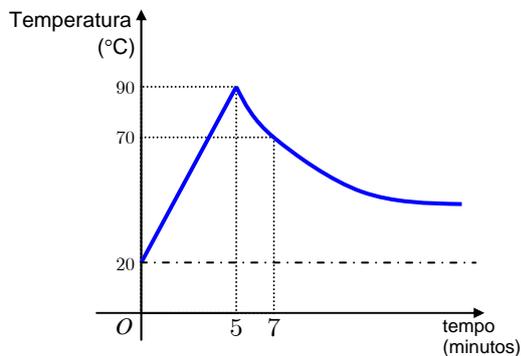
(A)



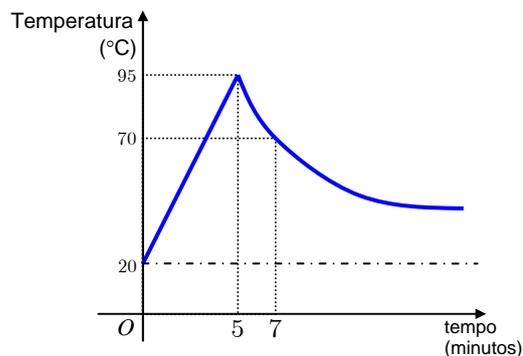
(B)



(C)



(D)



## GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exato**.

1. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a função real de variável real  $f$  cujo gráfico é o da Figura 4.

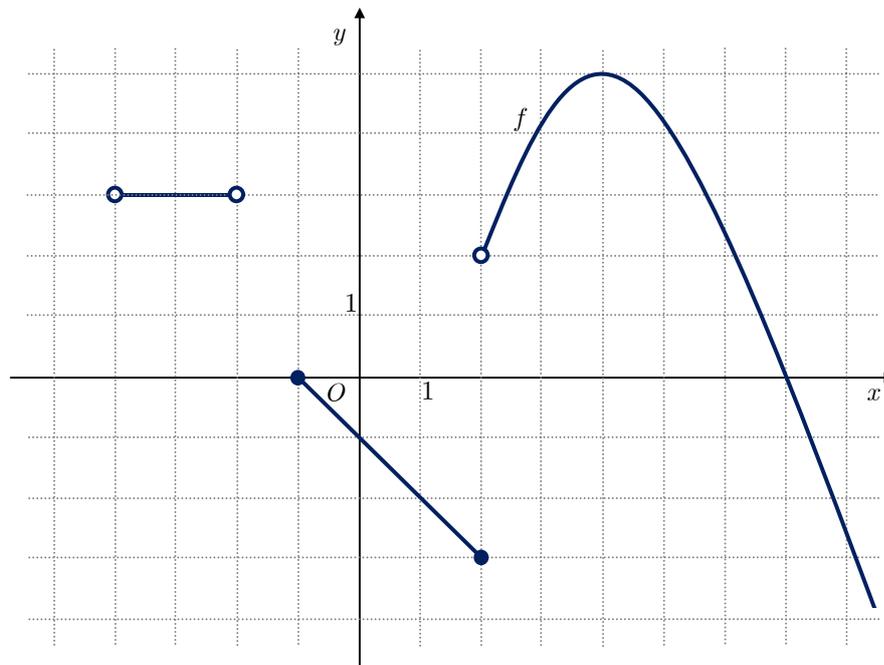


Figura 4

- 1.1. Indique:

1.1.1. o domínio e o contradomínio da função  $f$ ;

1.1.2. os valores de  $x$  que verificam a condição  $f(x) = 0$ ;

1.1.3. um intervalo de valores reais onde a função  $f$  seja, simultaneamente, positiva e decrescente.

- 1.2. Usando a notação de intervalos de números reais, apresente o conjunto solução da seguinte condição:

$$f(x) \times f(1) \geq 0$$

2. Atendendo às condicionantes dos transportes e do poder de compra dos consumidores, o gerente de uma loja estima que, se vender  $x$  **dezenas** de mochilas de uma marca nova, irá gerar um lucro, em euros, de acordo com função  $f$  definida por

$$f(x) = -15x^2 + 300x + 1100, \text{ para } x \in [2, 20].$$

Resolva os itens seguintes usando **exclusivamente processos analíticos**.

**Nota:** a calculadora pode ser usada em cálculos numéricos.

- 2.1. Calcule, em euros, o lucro máximo que o gerente espera ganhar com a venda das mochilas.
- 2.2. Determine o conjunto de valores de  $x$  para os quais o lucro é inferior ou igual a 2060 euros. Apresente a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais e interprete-a no contexto do problema.



3. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da Figura 5, a circunferência de centro  $H$  e o paralelogramo  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(0,2)$ ;
- os lados  $[AB]$  e  $[CD]$  são paralelos ao eixo  $Ox$  e tangentes à circunferência;
- a equação da circunferência é  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ ;
- $H$  é o centro do paralelogramo  $[ABCD]$ ;
- $\overline{BH} = (-2, 2)$ .

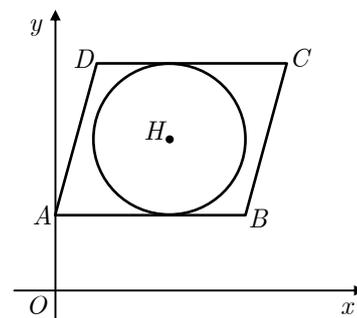


Figura 5

- 3.1. Determine a área do paralelogramo  $[ABCD]$ .
- 3.2. Escreva a equação reduzida da reta  $AH$ .
- 3.3. Calcule as ordenadas dos pontos da circunferência de abcissa 2.

4. Na Figura 6 está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo  $[ABCDEFGH]$ .

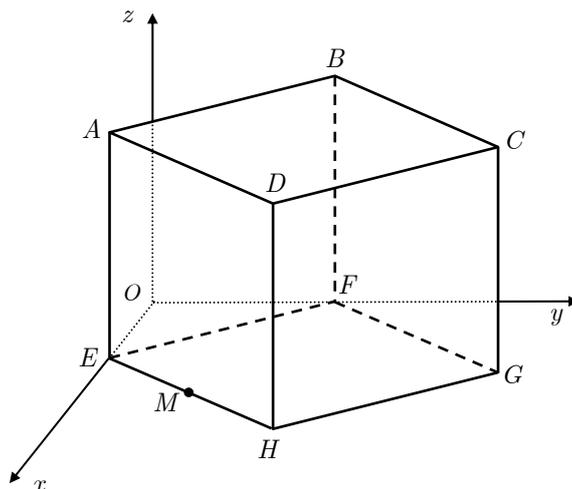


Figura 6

Sabe-se que:

- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(0,4,5)$ ;
- o ponto  $E$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$  ;
- o ponto  $F$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$  ;
- o ponto  $M$  é o ponto médio do segmento  $[EH]$  ;
- a face  $[EFGH]$  está sobre o plano  $xOy$  .

- 4.1. Na Figura 6 **do anexo, desenhe**, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano  $ACM$ .
- 4.2. Mostre que o ponto  $A$  tem coordenadas  $(3,0,5)$  e escreva a equação do plano mediador do segmento  $[AB]$ . Apresente a sua resposta na forma  $ax + by + cz = d$ , com  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
- 4.3. Considere a esfera de centro no ponto  $B$  e raio 13.  
O plano definido por  $z = k$  intersesta a esfera segundo um círculo de área  $25\pi$ .  
Que valores pode tomar  $k$ ? Justifique a resposta.

**FIM**

# COTAÇÕES

## GRUPO I

1. ....	10 pontos
2. ....	10 pontos
3. ....	10 pontos
4. ....	10 pontos
5. ....	10 pontos
	<hr/>
	<b>50 pontos</b>

## GRUPO II

1.		
1.1.		
1.1.1. ....	8 pontos	
1.1.2. ....	6 pontos	
1.1.3. ....	6 pontos	
1.2. ....	10 pontos	
2.		
2.1. ....	10 pontos	
2.2. ....	10 pontos	
3.		
3.1. ....	15 pontos	
3.2. ....	15 pontos	
3.3. ....	20 pontos	
4.		
4.1. ....	15 pontos	
4.2. ....	15 pontos	
4.3. ....	20 pontos	
	<hr/>	
		<b>150 pontos</b>

**TOTAL** ..... 

---

**200 pontos**