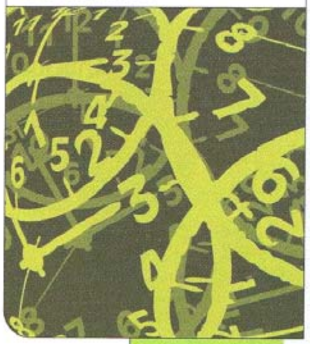
Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Matemática A e B – 10.º ano

MÓDULO INICIAL – MAIS PROBLEMAS

Números racionais e dízimas

PROBLEMA 3



Observa os números representados no quadro.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{6}$	$1,(4)$	$0,35$	$\sqrt{2}$
$\frac{2}{7}$	$1,4$	$2,5(31)$	$\frac{7}{9}$	π	$\frac{11}{20}$	$\sqrt{8}$

1. Como podem ser representados os números racionais? Dos números representados no quadro, identifica os que são racionais.

2. Das fracções indicadas, identifica as que representam dízimas finitas.

3. Considera as dízimas finitas indicadas na tabela abaixo e outras, à tua escolha.

Dízima	Fracção cujo denominador é uma potência de 10	Fracção irredutível	Decomposição do denominador da fracção irredutível em factores primos
0,35	$\frac{35}{100}$	$\frac{7}{20}$	$2^2 \times 5$
1,4	$\frac{14}{10}$	$\frac{7}{5}$	5
0,06			
1,16			
2,03			
...			

3.1. Reproduz a tabela no teu caderno e preenche-a.

3.2. Observa os factores primos que intervêm na decomposição do denominador da fracção irredutível (coluna da direita da tabela) e estabelece uma conjectura relativamente aos factores primos que intervêm nessa decomposição.

3.3. Será que uma fracção do tipo $\frac{n}{50}$, com $n \in \mathbb{N}$, representa uma dízima finita?

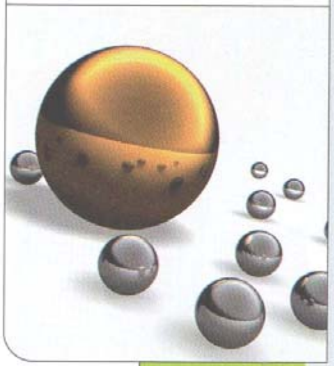
Justifica, começando por decompor o denominador em factores primos e encontrando uma fracção equivalente, cujo denominador é uma potência de base 10.

No caso geral, tem-se:

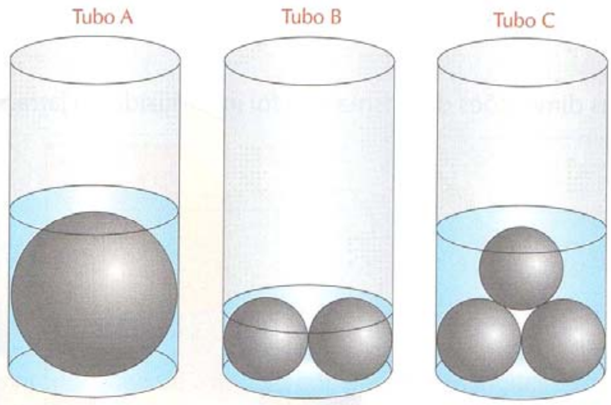
Se na decomposição em factores primos do denominador de uma fracção apenas intervêm os factores primos 2 e/ou 5, essa fracção representa uma dízima finita.

O mergulho das esferas

Problema 4



Seis esferas, uma com 8 cm de diâmetro e cinco com 4 cm de diâmetro foram distribuídas por três tubos cilíndricos A, B e C com 8 cm de diâmetro e colocadas como é sugerido na figura.



Em todos os tubos colocou-se água até que a superfície desta ficasse tangente às esferas.

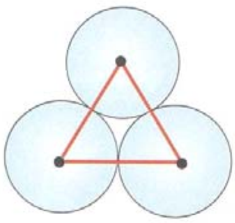
1. Determina a quantidade de água colocada no tubo A. Apresenta o resultado em mililitros arredondado às unidades.

2. Mostra que a quantidade de água utilizada no tubo B é igual à quantidade de água utilizada no tubo A.

3. Considera a situação apresentada no tubo C.

3.1. Determina o valor exacto, em centímetros, da altura da água no tubo.

Sugestão: Começa por analisar o esquema apresentado em baixo.



3.2. Determina a quantidade de água utilizada nesta situação. Apresenta o resultado em litros arredondado às centésimas.

PROBLEMA 5

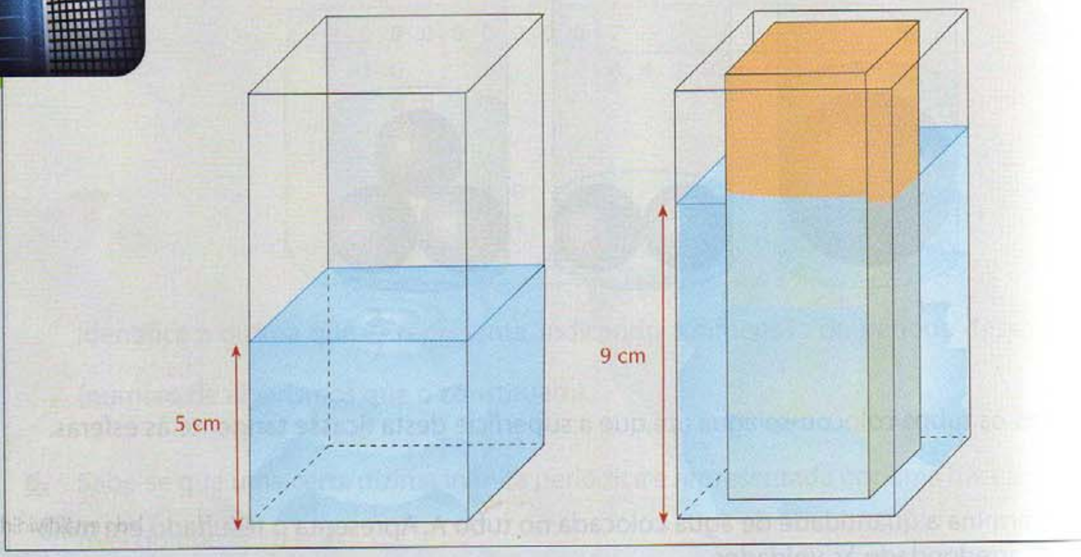
Prismas quadrangulares regulares

Na figura está representada uma jarra com a forma de um prisma quadrang
lar regular em que a espessura é desprezável.

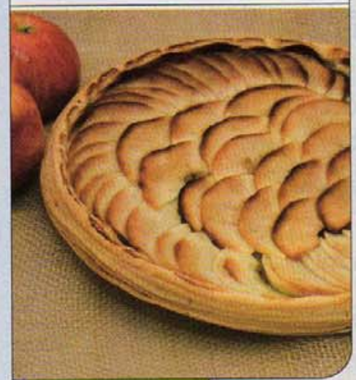
A jarra contém água até 5 cm de altura.

Posteriormente, um prisma maciço, também quadrangular regular, com altu
igual à da jarra, foi introduzido nesta, e o nível da água subiu até atingir 9
de altura.

Determina as dimensões do prisma que foi introduzido na jarra.



PROBLEMA 6



Dimensões e preços

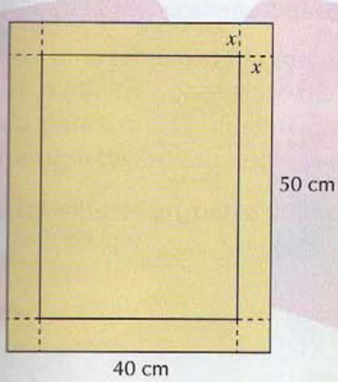
Numa pastelaria vendem-se "tartes de maçã" de dois tamanhos: familiar e i
vidual, respectivamente com 30 cm e 10 cm de diâmetro, tendo a mesma a
ra. Sabe-se que o preço da tarte individual é de 80 cêntimos e o da tarte m
é de 6,4 €.

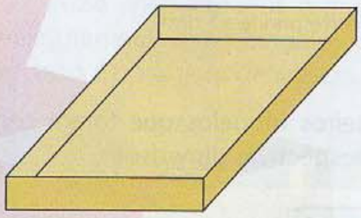
1. Por vezes, esgotam-se as tartes individuais e o comerciante divide as tartes maiore
fatias, que vende ao preço das tartes individuais. Em quantas fatias deve cortar a t
de modo que cada fatia corresponda à tarte individual?
2. Analisa os preços correspondentes aos dois tamanhos das tartes. Faz um come
tendo em consideração as dimensões de cada tipo e a razão entre os preços.

Caixas semelhantes

PROBLEMA 10

A partir de um cartão de dimensões 50 cm × 40 cm, pretende-se construir uma caixa sem tampa, como é sugerido na figura.



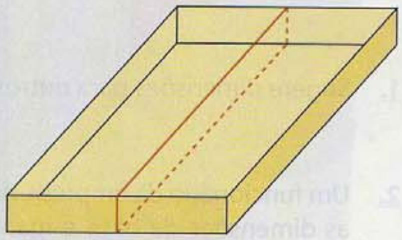


1. Quais os valores que pode tomar a variável x?

2. **Investiga** se é possível que a caixa tome a forma de um cubo.

3. Determina x de modo que a caixa comporte exactamente 6 cubos de aresta igual à altura da caixa.

4. Supõe que se construiu uma caixa com 10 cm de altura e que se pretende envolvê-la com uma fita, como a seguir se sugere. Calcula:

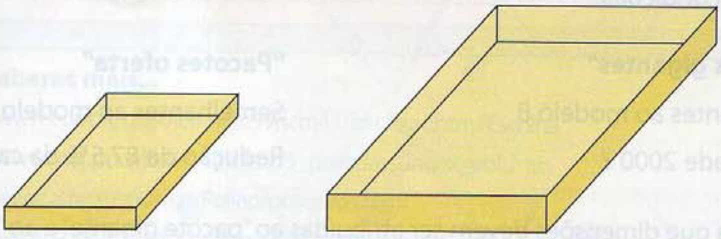


4.1. o comprimento da fita;

4.2. o volume da caixa.

5. Foram construídas duas caixas semelhantes à anterior: uma reduzindo as dimensões para metade e outra triplicando as dimensões. Para cada uma destas caixas, calcula o comprimento da fita, a área da base e o volume.

6. É necessário construir uma caixa semelhante à caixa dada em **4.**, mas com um volume igual a 384 dm^3. Quais as suas dimensões?



PROBLEMA 15

Expositor de telemóveis

Na zona central de uma loja de telemóveis, pretende-se colocar um expositor em vidro, sendo a estrutura em alumínio, com a forma de uma pirâmide quadrangular regular, tal como a figura sugere.

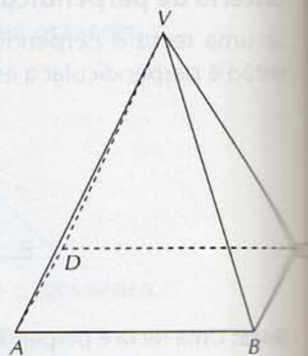
1. Pretende-se que a base tenha 80 cm de lado e a altura da pirâmide seja de 1,40 m.

1.1. Determina a quantidade de barra de alumínio necessária para a estrutura.

1.2. Calcula a área da primeira prateleira, a contar de baixo para cima, sabendo que dista 20 cm do chão. Apresenta o resultado arredondado às unidades.

1.3. Uma das prateleiras tem 900 cm^2 de área. A que distância do vértice deve ser colocada?

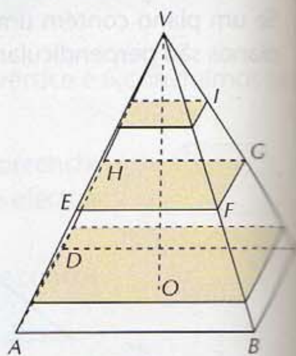
2. Considera a estrutura do expositor. Diz, justificando, se seria possível colocar um vidro plano de forma que do seu contorno fizessem parte as arestas:



2.1. [*AV*] e [*VC*];

2.2. [*AB*] e [*VC*].

3. Considera os pontos assinalados na pirâmide, conforme a figura indica.
Recorrendo às letras da figura, dá exemplos de:



3.1. duas rectas concorrentes não perpendiculares;

3.2. duas rectas não complanares;

3.3. dois planos estritamente paralelos;

3.4. uma recta perpendicular a um plano;

3.5. uma recta estritamente paralela ao plano *ADV*.

Actividade 5

MÉTODO DE AL-KHWARIZMI PARA RESOLVER EQUAÇÕES

1 Leia o texto seguinte e estude como al-Khwarizmi, matemático árabe (780-850), resolveu a equação $x^2 + 10x = 39$.

"[...]
al-Khwarizmi começa com um quadrado de lado x, que assim designa por x^2 *(Fig. 1).*
Como mostra a equação, ao quadrado temos que somar **10 x** *e isso é representado pela soma de quatro rectângulos, cada um com a largura de* $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ *e comprimento x (Fig. 2).*
A Figura 2 tem a área $x^2 + 10x$*, que é igual a 39, segundo membro da equação dada.*
E agora completaremos o quadrado somando mais quatro pequenos quadrados cada um com a área $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$ *(Fig. 3).*
Deste modo, o quadrado exterior da Figura 3 tem a área de $4 \times \frac{25}{4} + 39 = 25 + 39 = 64$*.*
O lado deste quadrado é, assim, igual a 8. Mas o lado tem o comprimento de $\frac{5}{2} + x + \frac{5}{2}$*, portanto,* $x + 5 = 8$*, resultando daí que* $x = 3$*.*
[...]"

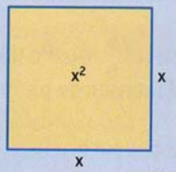


Fig. 1

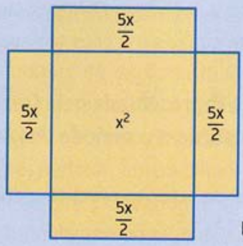


Fig. 2

Fig. 3

2 Considere a equação $x^2 + 6x = 16$.

a) Resolva-a aplicando o processo de al-Khwarizmi.

b) Resolva-a aplicando a "fórmula resolvente".

UM POUCO + DE HISTÓRIA

UM ENCONTRO COM PEDRO NUNES...

Nasceu em Alcácer do Sal, de ascendência judaica.

Bacharel em Medicina pela Universidade de Lisboa, aí ensinou Filosofia, Moral, Lógica e Metafísica, mas por pouco tempo (1530--31), pois viria a entregar-se exclusivamente aos "assuntos positivos" das Matemáticas e da Física e a dedicar-se muito em especial à Náutica, ciência cujo conhecimento interessava às funções do cargo de cosmógrafo do reino, chamado a exercer. Em 1544, a Universidade foi transferida para Coimbra. D. João III convida-o para nela ensinar as Matemáticas, encargo que desempenhou com elevado brilho até 1562, ano em que foi jubilado. Entretanto ia com frequência a Lisboa em serviço da Corte. Em 1547, o Rei promove--o a Cosmógrafo-Mor do reino.

São muitos e de incontestável valor os seus trabalhos científicos. A sua relação mais completa vem em "As obras de Pedro Nunes – sua cronologia bibliográfica", de L. Silva. Destaquemos o *De Crepusculis* (1542), tida como a mais original e mais conhecida além fronteiras; aí descreveu a sua conhecida invenção, o *Nónio* (de *Nunes*).

Morreu em Lisboa, uma semana após o desastre de Alcácer Quibir (em que "desapareceu" o Rei D. Sebastião, seu antigo e dilecto discípulo que, em 1572, o chamara novamente à Corte).

Compilação de Sérgio Macias Marques
Educação e Matemática, n.º27

Pedro Nunes (1502-1578).

O professor: RobertOliveira
Internet: http://sm.page.vu
http://roliveira.pt.to