Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva
Matemática A e B – <u>10.º ano</u>

MÓDULO INICIAL – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

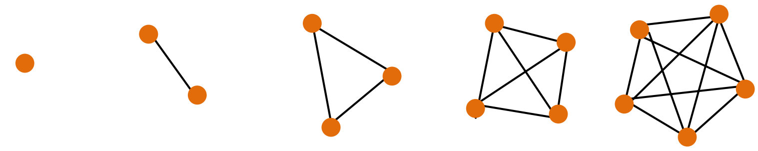
1. Supõe que todos os alunos da tua turma se vão cumprimentar com um aperto de mão. Quantos apertos de mão serão dados?

Estratégias | Resolução (1.º processo)

Começar com casos simples

Fazer esquemas

N.º de alunos: 1 2 3 4 5



N.º de apertos de mão: 0 1 3 6 10

Organizar os resultados e descobrir regularidades

Podemos agora construir uma tabela, constatando que há uma lei de formação no número de apertos de mão:

N.º de alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14						
N.º de apertos																				

Responder à questão

Assim, conclui-se que serão dados ____apertos de mão

Estratégias | Resolução (2.º processo)

Admite que os alunos chegam à sala um a um.

Resolver o problema passo a passo (do princípio para o fim)

Chega o 1.º aluno e não cumprimenta ninguém;
Chega o 2.º aluno e cumprimenta o 1.º (um aperto de mão);
Chega o 3.º aluno e cumprimenta o 1.º e o 2.º alunos (dois apertos de mão);
Chega o 4.º aluno e cumprimenta os 3 alunos que já lá estão (três apertos de mão);
E assim sucessivamente até ao ____.º aluno, que dá ____ apertos de mão.

Organizar contagens

Portanto, o n.º total de apertos de mão é igual a:
$1 + 2 + 3 + 4 +$ ______________________________
(podemos associar parcelas: a 1ª com a última, a 2ª com a penúltima, etc.)
$= \underbrace{1 + \quad +}\ \underbrace{2 + \quad +}\ \underbrace{3 + \quad +}$ ______________________________

(como temos _____números, podemos fazer _____parcelas iguais a _____)
=

Responder à questão

Assim, conclui-se que serão dados ____apertos de mão

Estratégias	Resolução (3.º processo)
Organizar contagens	Cada um dos ____alunos cumprimenta cada um dos outros ____alunos (ie, dá a cada um dos outros____apertos de mão). Mas estamos a contar os apertos duas vezes pelo que temos de considerar só metade deles. Assim, o n.º total de apertos de mão é igual a : $\frac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_}{2}$
Responder à questão	Assim, conclui-se que serão dados ____apertos de mão

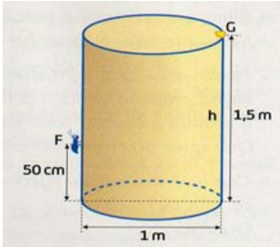
Estratégias	Resolução (4.º processo)
Fazer esquemas e/ou tabelas	Vamos fazer uma tabela de dupla entrada com os ____alunos, na horizontal e na vertical.

	1	2	3	4	5														
1	--																		
2		--																	
3			--																
4				--															
5					--														
						--													
							--												

Organizar contagens	Há ____quadrados que simbolizam os apertos de mão:____ × ____. Mas, não podemos considerar todas as ____diagonais, logo são____ × ____– ____ quadrados. Além disso, também não podemos considerar os cumprimentos duas vezes (ou seja, por exemplo, o par (2,5) é igual ao par (5,2)), pelo que temos de dividir o total por 2). Finalmente, o n.º de apertos de mão é dado por: $\frac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_ - \_\_\_\_}{2}$
Responder à questão	Assim, conclui-se que serão dados ____apertos de mão

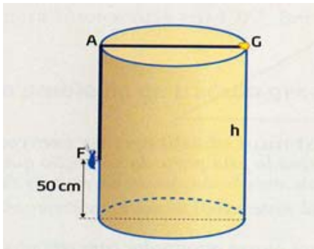
2. Supõe agora que a tua turma tem *N* alunos. Quantos apertos de mão serão dados?

3. Na borda da tampa de um frasco de mel, representado na figura, está uma gota de mel (G). A formiga (F), muito zelosa em alimentar o seu formigueiro, quer alcançá-lo pelo caminho mais curto.
Qual é esse caminho?

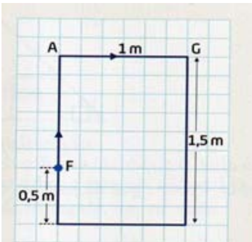


Estratégias	Resolução
Organizar os dados	O frasco tem forma cilíndrica; A sua altura é igual a 1,5 m; O diâmetro da base é igual a 1 m; A formiga está a 50 cm do chão, na geratriz diametralmente oposta à da gota de mel.
Qual é o objectivo?	Encontrar o caminho mais curto entre F e G.

A formiga anda 1 m na geratriz e 1 m no diâmetro, ie, ao todo, a formiga anda 2 m.
Mas será esse o caminho mais curto?



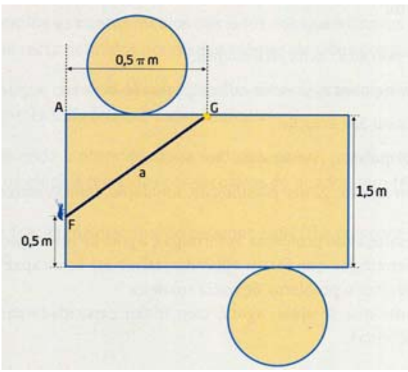
Experimentar alternativas, fazendo um ou mais desenhos



Fazendo um corte transversal no cilindro, parece que o caminho mais curto entre F e G seria em linha recta.

Mas como fazer isso numa superfície curva?

Pode-se responder a essa questão se fizermos a planificação do cilindro, ficando com um rectângulo com um lado que vale 1,5 e outro (o maior) que é o perímetro do círculo da base (ie, vale $2 \times \pi \times 0,5 = \pi$, pois o perímetro de qualquer circunferência é $2\pi r$)



Assim, e olhando para a figura, um dos catetos do triângulo rectângulo [AFG] tem um lado igual a 1 e outro igual a metade do lado maior do rectângulo ($\frac{\pi}{2} = 0,5\pi$).

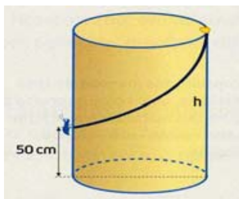
Usando o teorema de Pitágoras, tem-se

$$\overline{FG}^2 = 1^2 + (0,5\pi)^2 = 1 + 0,25\pi^2$$

$$\therefore \overline{FG} = \sqrt{1 + 0,25\pi^2} \approx 1,86 \text{ m}$$

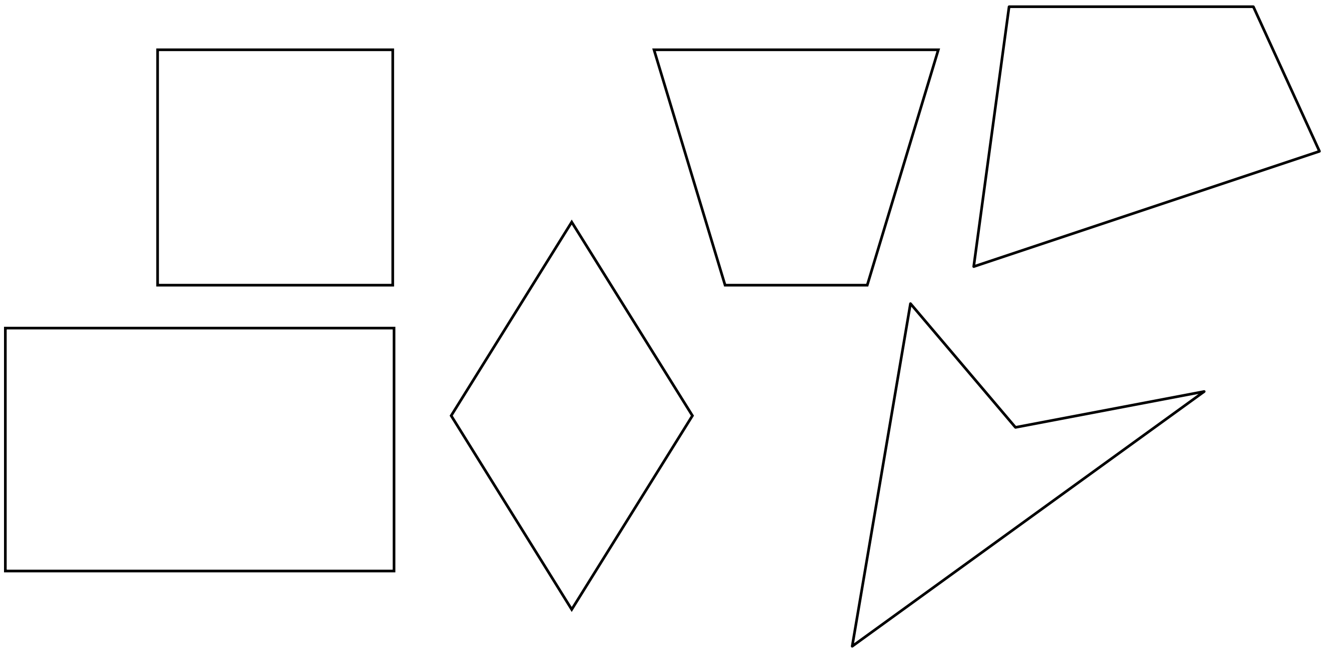
Analisar a resolução e responder à questão

Se, agora, "enrolarmos de novo", a hipotenusa da planificação transforma-se na curva procurada, ou seja, no caminho a percorrer pela formiga, sobre a parede do frasco.
A solução encontrada é, de facto, correcta.



4. Que figura se obtém unindo os pontos médios de um qualquer quadrilátero?

Considera alguns quadriláteros como os seguintes:



Algumas conclusões que podes tirar:

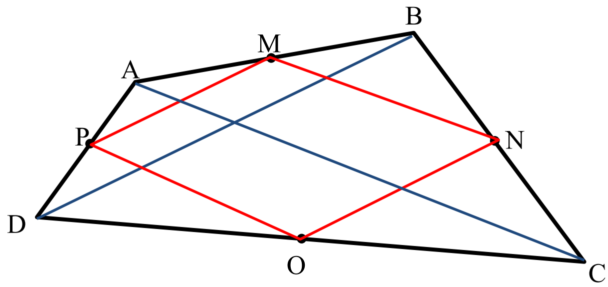
Quando o quadrilátero é um quadrado, obtemos um _______________.

Quando o quadrilátero é um rectângulo, obtemos um _______________.

Quando o quadrilátero é um losango, obtemos um _______________.

Quando o quadrilátero é um trapézio, obtemos um _______________.

Teorema Os pontos médios dos lados de qualquer quadrilátero definem os vértices de um paralelogramo.



Demonstração: consideremos um quadrilátero qualquer [ABCD], como o da figura ao lado, e sejam M, N, O e P os pontos médios dos seus lados.
Para ajudar, tracemos a diagonal [BD]. Assim, o quadrilátero [ABCD] fica dividido em dois triângulos, o triângulo________ e o triângulo________.

Como M é o ponto médio de [AB] e P o ponto médio de [AD], conclui-se, pelo teorema de Thales[1], que os triângulos [ABD] e [AMP] são __________________.

Portanto, os segmentos_____ e _____ são paralelos; usando o mesmo raciocínio para os triângulos [BCD] e [NCO], concluímos que os segmentos_____ e _____ são também paralelos, pelo que o segmento [MP] é paralelo ao segmento _____.

Analogamente, se traçarmos a diagonal [AC], concluímos que ela é paralela aos segmentos _____ e _____. Assim, esses segmentos são paralelos entre si e, portanto, os pontos médios dos lados do quadrilátero [ABCD] definem os vértices de um paralelogramo, [MNOP] ■

[1] THALES de Mileto (624-546 a.C.) – matemático e filósofo grego, considerado o originador da organização dedutiva da geometria; entre outras, Thales provou a seguinte propriedade: "*dois triângulos que tenham os ângulos geometricamente iguais são semelhantes.*"

5. Sabendo que todos os números com dízima finita ou infinita periódica podem ser escritos na forma de fracção, escreve na forma de fracção o número 3,(14).

Exemplos:

1) $A = 0,2929\cdots = 0,(29)$

$100A = 29,2929\cdots$

$100A - A = 29,2929\cdots - 0,2929\cdots$

$99A = 29$

$A = \frac{29}{99}$

2) $B = 5,136136\cdots = 5,(136)$

$1000B = 5136,136136\cdots$

$1000B - B = 5136,136\cdots - 5,136136\cdots$

$999B = 5131$

$B = \frac{5136}{999}$

Mais exercícios: livro pág.

6. O filho da sra. Dolores vai receber os amigos e ela pretende comprar pizas para cortar em pedaços para depois servir aos amigos do filho.
Com um corte, a sra. Dolores sabe que consegue 2 pedaços de piza. Com 3 cortes, qual é o número máximo de pedaços? E com 4 cortes? E com 5? E com *n* cortes?

7. O gerente da pizaria *La Barconara* possui dois tipos de piza individuais, uma de massa fina e outra de massa grossa.

Piza de massa fina

Piza de massa grossa

a) Sabe-se que a piza de massa fina tem um raio de 12 cm e uma altura de 1,5 cm e a de massa grossa tem um raio de 18 cm e altura igual a 2,5 cm. Serão essas pizas semelhantes?

b) O gerente pretende fazer uma piza de massa fina familiar, que dê para 3 pessoas. Mantendo a altura da piza (1,5 cm), qual deverá ser o raio dessa piza familiar?

O professor: RobertOliveira
Internet: http://sm.page.vu
http://roliveira.pt.to