



## Matemática A

Novembro de 2009

## Matemática A

Itens – 10.º Ano de Escolaridade – Soluções

## Itens de Matemática A - 10º Ano de Escolaridade

## Soluções

**1.1.** A(1,5) B(3,5) C(3,1) D(1,1)

**1.2.** As áreas são iguais porque as cordas que limitam as duas regiões têm igual comprimento.

**1.3.** 
$$(x-2)^2 + (y-3)^2 \le 5$$
  $(x \le 1 \lor x \ge 3 \lor y \le 1 \lor y \ge 5)$ 

**2.2.**  $y = \frac{4}{3} x + \frac{31}{2}$ 

**2.3.** 
$$(x+4)^2 + (y-6)^2 \le 25 \quad \land \ x \ge -4 \quad \land \ \ x \le 0 \quad \land \ \ y \le 6$$

**2.4.** 20

**2.5.** 20

**3.1.** 
$$A(2,\sqrt{2})$$
 e  $B(2,-\sqrt{2})$ 

**4.1.**  $P\left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$ 

**4.2.**  $2\pi$ 

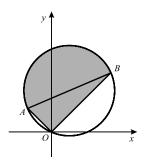
**5.1.**  $A(-2,2) \in B(5,5)$ 

**5.2.** As semi-rectas  $\dot{O}A$  e  $\dot{O}B$  são perpendiculares. Logo, o ângulo inscrito AOB é recto, pelo que o arco AB tem  $180^{\circ}$  de amplitude. Portanto [AB] é um diâmetro da circunferência.

**5.3.** A altura do triângulo [AOB], relativa à base [AB] é também a altura dos triângulos [AMO] e [OMB], relativa às bases [AM] e [MB], respectivamente. Como estas duas bases são iguais, os dois triângulos têm bases iguais e alturas iguais, pelo que têm áreas iguais.

Outro processo: Traçando a altura do triângulo [OMB] a partir de M, o triângulo [OMB] fica dividido em dois triângulos geometricamente iguais, semelhantes ao triângulo [AOB]. Como M é o ponto médio do segmento [AB], a razão de semelhança é igual a  $\frac{1}{2}$  e, portanto, a área de cada um destes dois triângulos é igual a  $\frac{1}{4}$  da área do triângulo [AOB]. Assim, a área do triângulo [OMB] é metade da área do triângulo [AOB], pelo que as áreas dos triângulos [AMO] e [OMB] são iguais.

5.4.



- **7.1.** 3600
- **7.2.** 4x + 4y + 2z = 135
- **7.3.**  $0 \le x \le 30 \land y = 0 \land 0 \le z \le 15$
- **7.4.**  $(x-15)^2 + (y-15)^2 + (z-21)^2 \le 100 \land z \ge 15$
- **8.1.** (0,0,0) e (2,2,2)
- **8.3.** 8
- **9.1.** ]1, 2[
- **9.2.** -4 e 23
- **10.1.**  $\frac{128}{3}$
- **10.2.** D(3,1,4) E(3,3,4) F(1,3,4) G(1,1,4)
- **10.3.**  $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 \le 4$
- **10.4.**  $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 68 \land x = 2$
- **11.2.**  $A(2\sqrt{2},0,0)$   $B(0,2\sqrt{2},0)$   $C(-2\sqrt{2},0,0)$   $D(0,-2\sqrt{2},0)$   $E(2\sqrt{2},0,4)$   $F(0,2\sqrt{2},4)$   $G(-2\sqrt{2},0,4)$   $H(0,-2\sqrt{2},4)$
- **11.3.1.**  $x = 0 \land y = -2\sqrt{2} \land 0 \le z \le 4$
- **11.3.2.**  $x^2 + y^2 + (z+4)^2 \le 8 \land z = -4$
- **11.4.**  $8\sqrt{2} + 8\sqrt{6}$