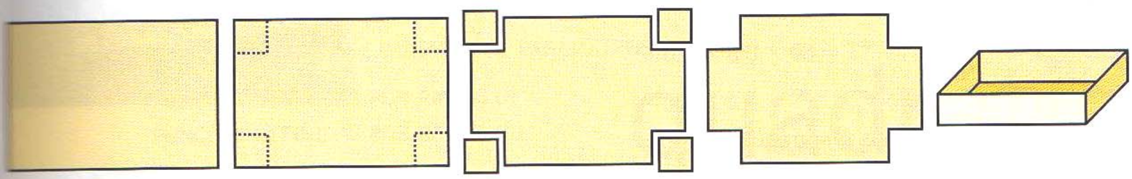
Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2008/2009)

Matemática A – 10.º ano

Funções – problemas gráficos

A CAIXA

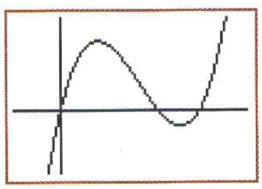
1. Se pegares numa folha de papel A4 cujas dimensões são 297 mm por 210 mm, cortares um quadrado em cada um dos quatro cantos e dobrares as abas, obténs uma caixa.



a. Com que volume ficará a caixa se em cada um dos cantos cortares um quadrado com 5 cm de lado?
b. Designando por **x** o lado do quadrado cortado nos cantos da folha, mostra que o volume da caixa é dado pela expressão $V = x(297 - 2x)(210 - 2x)$.
c. Entre que valores pode variar o lado do quadrado cortado?
d. Usa a calculadora gráfica para representares a função volume.
e. Determina **V(25)** usando a calculadora. Quais são neste caso as dimensões da caixa e o respectivo volume, em cm^3?
f. Qual deve ser o lado do quadrado cortado para que o volume seja 1000 cm^3? Indica um valor em centímetros, aproximado às décimas.
g. Qual deve ser o lado do quadrado cortado para que o volume da caixa seja o máximo possível? Indica um valor aproximado às décimas de milímetro. Qual é o volume máximo?

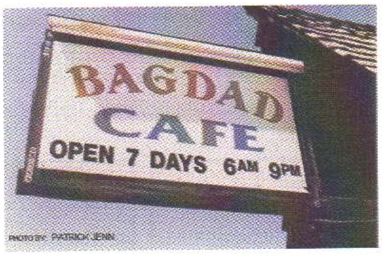
2. Considera a função real de variável real definida por:

$$f(x) = x(297 - 2x)(210 - 2x)$$



a. Escolhe uma janela de visualização na tua calculadora de modo a obteres uma representação gráfica de f semelhante à apresentada.
b. Indica o domínio e contradomínio da função.
c. Indica os zeros da função e os intervalos em que f é positiva e negativa.
d. Indica um valor aproximado às décimas dos extremos da função e os intervalos em que a função é crescente e em que é decrescente.

A TEMPERATURA DO CAFÉ



Quando nos entregam uma chávena de café expresso, o café está muito quente e quem não ponha açúcar precisa de esperar algum tempo para o beber. A evolução da temperatura **T** (em graus centígrados) com o tempo **t** (em minutos) é uma função definida pela expressão:

$$T = 60 \times 0{,}9^t + 20$$

1. A que temperatura nos é entregue o café?

2. Usando a calculadora, constrói uma tabela que dê a variação da temperatura do café nos primeiros minutos após ser servido.

3. Quem goste de o beber a 60°, quanto tempo tem de esperar? Dá a resposta aproximada às centésimas.

4. Representa graficamente a função.

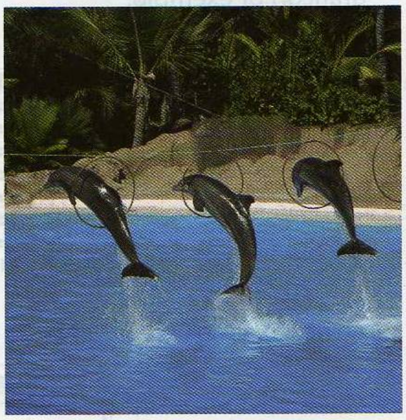
5. O que acontecerá se nos esquecermos de beber o café, se deixarmos passar duas ou três horas?

6. A temperatura do café atingirá os 20°?

7. Qual é o contradomínio da função temperatura?

Extremos relativos com a calculadora

Um grupo de biólogos estudou o comportamento de um golfinho num parque aquático e, numa das observações, fez o registo, durante 15 segundos, da altura (ou profundidade) do golfinho em relação à superfície da água do tanque em que o animal se encontrava.



Um modelo matemático que se ajusta à situação descrita é dado pela função *f* definida por

$$f(t) = 3t^3 - 60t^2 + 252t,$$

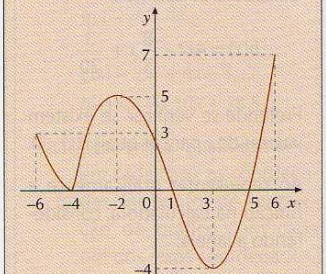
com t em segundos e $f(t)$ em centímetros.

1. Visualiza o gráfico da função na calculadora e indica os seus zeros, máximos, mínimos, maximizantes e minimizantes, fazendo a respectiva interpretação no contexto da situação apresentada.
(Quando os resultados não forem números inteiros, apresenta-os arredondados às décimas.)

2. Identifica em que instantes o golfinho estava submerso.

Vamos dar resposta a estas questões recorrendo à calculadora gráfica.

17. Na figura está uma representação gráfica de uma função *g*.



17.1. Indica:

17.1.1. o domínio e contradomínio;

17.1.2. os zeros.

17.2. Indica o conjunto-solução da condição:

17.2.1. $g(x) = 0$;

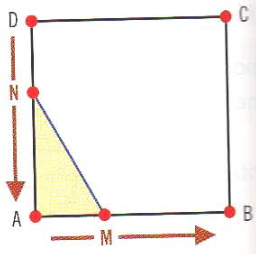
17.2.1. $g(x) > 0$;

17.2.1. $g(x) < 0$.

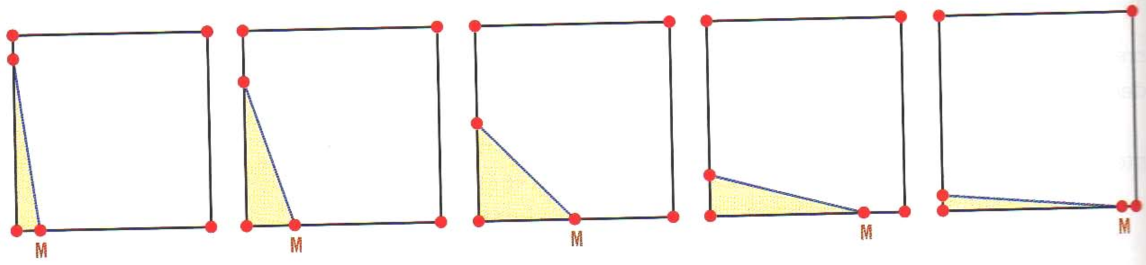
17.3. Constrói um quadro de variação e indica os intervalos de monotonia e os extremos.

O PONTO DESLIZANTE

1. [ABCD] é um quadrado cujo lado mede 10 cm. **M** é um ponto que se desloca de A para B e «arrasta» o ponto **N**, que assim se desloca à mesma velocidade de D para A.



As dimensões do triângulo AMN dependem da posição do ponto **M**. Por exemplo:



a. Se o ponto **M** se deslocar 4 cm, ou seja, $\overline{AM} = 4$ cm, qual é o perímetro do triângulo AMN?

b. Quando o ponto **M** se aproxima de **A**, o que é que acontece ao perímetro do triângulo? E quando o ponto **M** se aproxima de **B**?

c. Designando por **x** o deslocamento do ponto **M**, ou seja, $\overline{AM} = x$, mostra que a equação que define o perímetro do triângulo AMN em função de **x** é:

$$P = 10 + \sqrt{2x^2 - 20x + 100}$$

d. Qual é o domínio desta função?

e. Usando a calculadora, representa graficamente a função.

f. Para que valor de **x** é mínimo o perímetro? Interpreta geometricamente o resultado obtido.

2. Considera agora a função f definida em $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = 10 + \sqrt{2x^2 - 20x + 100}$$

a. Usando a calculadora, representa graficamente a função.

b. Calcula, com aproximação às milésimas, $f(2)$, $f(4)$ e $f(8)$.

c. Esta função tem zeros? O que podes dizer sobre a variação de sinal desta função?

d. Indica o valor exacto do mínimo absoluto desta função.

e. Indica os intervalos de monotonia desta função.

f. Qual é o contradomínio desta função?