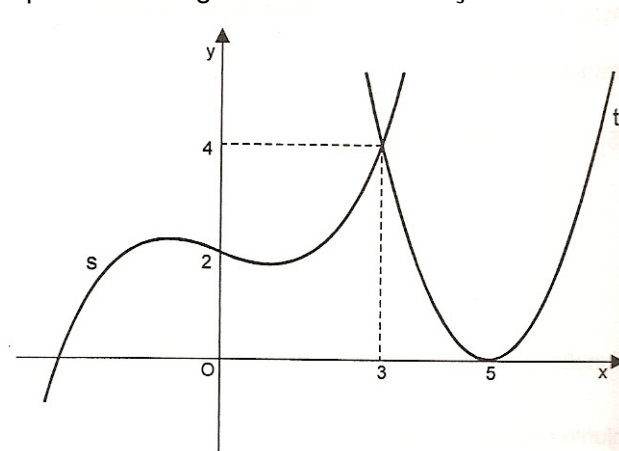


10º Ano	Ficha de Trabalho	n.º 5
Tema 2 - Funções	MATEMÁTICA A	2014/2015

Nome:	N.º:	Turma: E	Data: /02/15
--------------	-------------	-----------------	---------------------

GRUPO I

1. Na figura estão representadas graficamente as funções s e t .

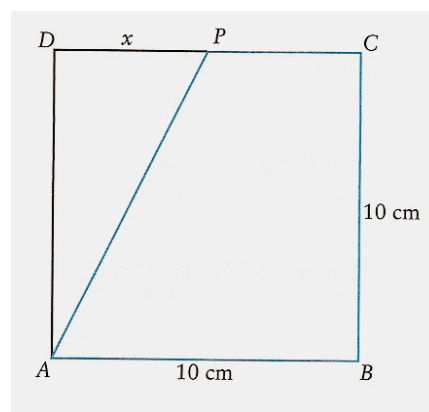


Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

- (A) A função t não tem zeros; (B) 2 é zero da função s ;
(C) $s(x) = t(x)$ para $x = 4$ (D) $t(x) \geq 0, \forall x \in D_t$

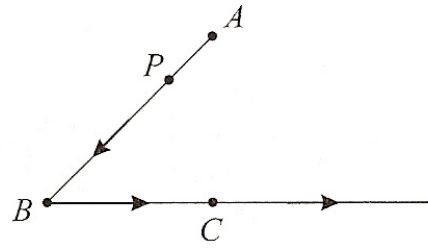
2. A figura representa um quadrado [ABCD] de lado 10 cm. O ponto P move-se sobre o lado [DC]. Seja x a distância de P a D. O modelo matemático que descreve a **área do trapézio [ABCP]** em função de x é:

- (A) $A(x) = \frac{10+x}{2} \times 10$ (B) $A(x) = \frac{10 \times (10-x)}{2} \times 10$
(C) $A(x) = (10+x) \times 5$ (D) $A(x) = 5(20-x)$



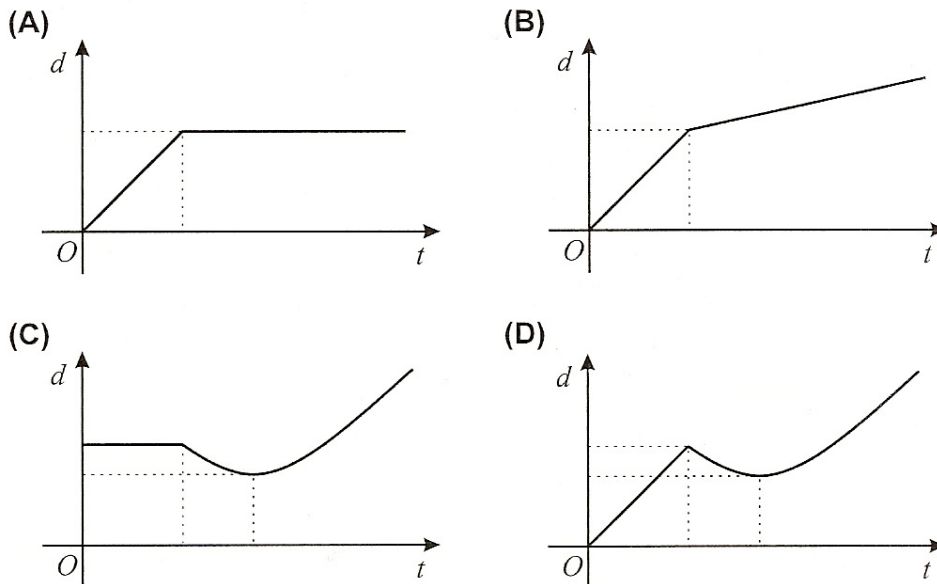
3. Na figura estão representados:

- um segmento de reta $[AB]$
- uma semirreta \overrightarrow{BC}



Admita que um ponto P , partindo de A , se desloca, a velocidade constante, ao longo do percurso sugerido pelas setas (primeiro percorre o segmento $[AB]$ e seguidamente a semirreta \overrightarrow{BC}).

Qual dos gráficos seguintes dá a distância d , do ponto P ao ponto A , em função do tempo t , contando a partir do instante em que P inicia o seu movimento?



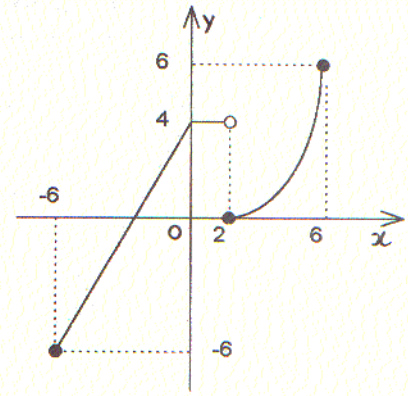
4. A tabela seguinte representa o quadro de variação de uma função f .

x	-3		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	-2	\nearrow	0	\rightarrow	0	\nearrow	2	\nearrow	

Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

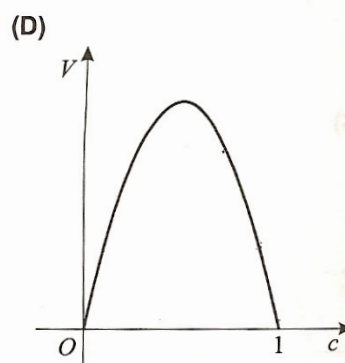
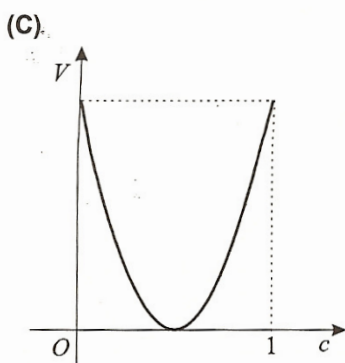
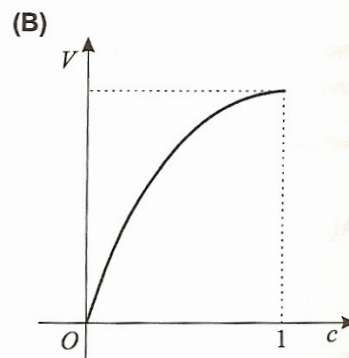
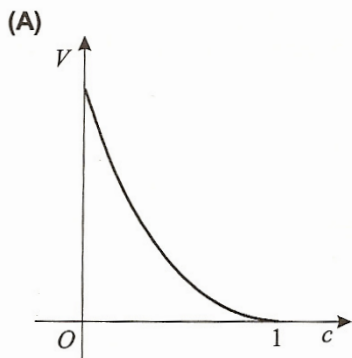
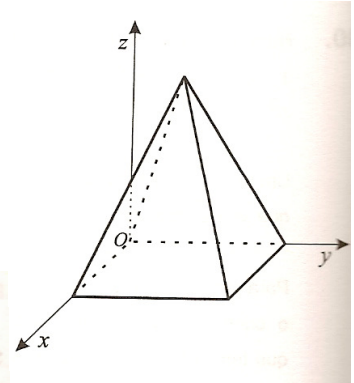
- (A) $f(x) \geq 0, \forall x \in D_f$ (B) O domínio da função é $[-2, +\infty[$
- (C) $f(0) < f(-1)$ (D) -2 é mínimo absoluto da função

5. Considere a função h cuja representação gráfica se encontra ao lado.



Qual das seguintes afirmações é **falsa**?

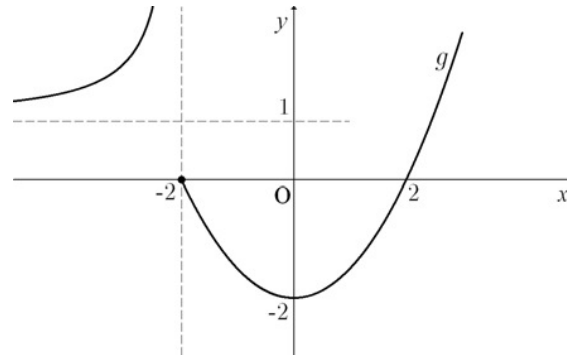
- (A) O domínio da função h é $[-6, 6]$;
 (B) A condição $h(x) = 2$ admite duas soluções;
 (C) $h(x) \geq 0$, para $x \in [2, 6]$;
 (D) h é estritamente crescente em $[-6, 4]$.
6. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular, de altura 1, cuja base está contida no plano xOy . Para cada $c \in [0, 1]$, seja $V(c)$ o volume da parte da pirâmide constituída pelos pontos cuja cota é **superior ou igual a** c . Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função V ?



7. Um depósito de água começou a ser esvaziado às **8 horas**. Decorridas t horas após o início do esvaziamento, o volume de água, em m^3 , que se mantém no reservatório, é dado por $V(t) = 55 - 5t$. A que horas ficou o depósito totalmente vazio?

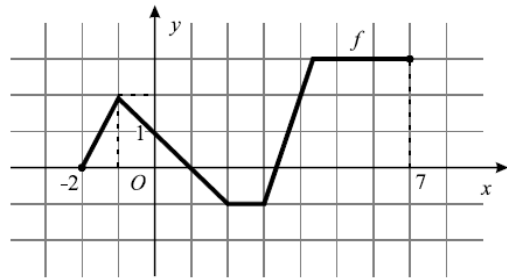
- (A) 11 horas (B) 15 horas (C) 17 horas (D) 19 horas

8. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g , real de variável real, de domínio \mathbb{R} . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?



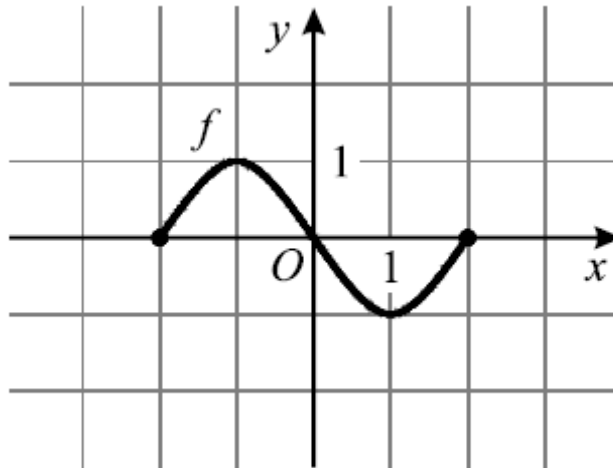
- (A) A função tem um máximo absoluto;
 (B) g é estritamente crescente em $[-2, +\infty[$;
 (C) g é negativa e injetiva $]-2, 2[$;
 (D) O contradomínio de g é $[-2, +\infty[$.

9. Na figura está representado, em referencial *o.m.* xOy , o gráfico de uma função f , de domínio $[-2, 7]$. Qual das seguintes afirmações é falsa?



- (A) O contradomínio é $[-1, 3]$;
 (B) A função não tem pontos de descontinuidade;
 (C) A função é estritamente crescente em $[-2, 2]$;
 (D) A função é não injetiva no intervalo $[-2, 1]$.

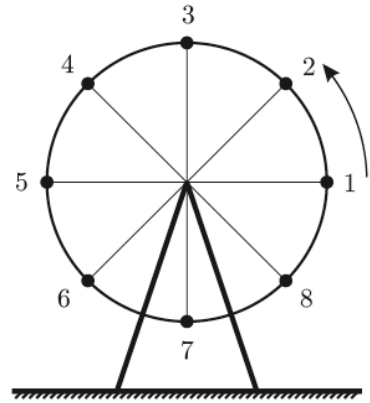
10. Seja f a função de domínio $[-2, 2]$ cujo gráfico está representado na figura seguinte:



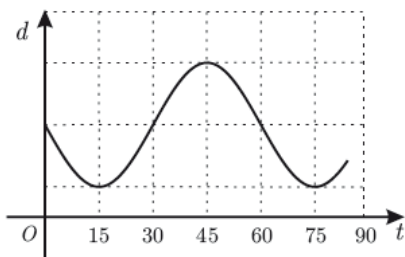
Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A) A função tem 3 zeros.
 (B) A função é contínua e não injetiva.
 (C) $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$
 (D) A equação $f(x) = k$ é impossível para $|k| > 1$.

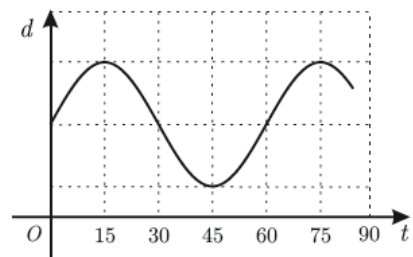
11. Na figura está representada uma roda gigante de um parque de diversões. Um grupo de amigos foi andar nessa roda. Depois de todos estarem sentados nas cadeiras, a roda começou a girar. Uma das raparigas, a Mariana, ficou sentada na cadeira número 1, que estava na posição indicada na figura, quando a roda começou a girar. A roda gira no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio e demora um minuto a dar uma volta completa. Seja d a função que dá a distância da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda ter começado a girar. Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função d ?



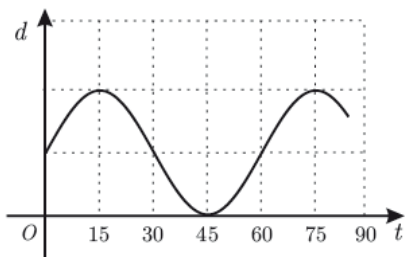
(A)



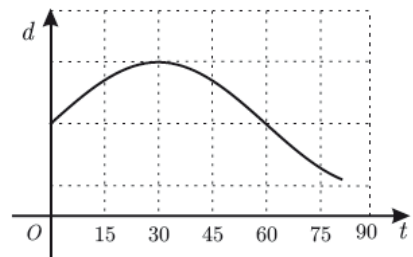
(B)



(C)



(D)

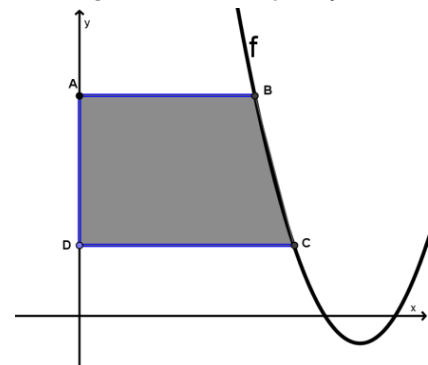


12. Na figura está representada, em referencial Oxy , parte do gráfico da função f definida por $f(x) = x^2 - 16x + 63$.

O ponto A tem ordenada 8 e o ponto C tem abcissa 6.

Qual a área do trapézio retângulo $[ABCD]$?

- (A) 25,7 (B) 27,5
(B) 25 (D) 20,7



13. Seja f uma função definida em \mathbb{R} , cujo quadro de variação é o seguinte:

x	$-\infty$	-3		0	$+\infty$
$f(x)$	↗	-2	↗	-1	↘

Relativamente à função f , qual das afirmações seguintes é **falsa**?

(A) f é uma função não injetiva.

(B) -1 é máximo da função f .

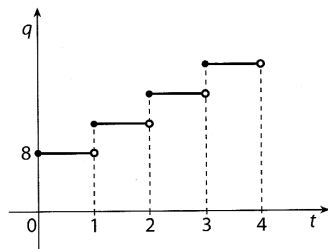
(C) $\exists x \in \mathbb{R} : f(x) = 0$

(D) $f(-5) \times f(4) > 0$

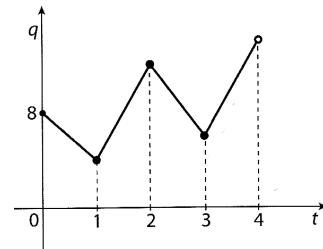
14. Uma experiência foi iniciada com 8 gramas de um determinado reagente. Ao fim de cada hora são adicionados 8 gramas desse reagente e, em cada hora, é consumido 50% do reagente presente na solução.

O gráfico que melhor representa a quantidade do reagente, q , existente na solução, em função do tempo t (em horas), para $t \in [0,4[$, é:

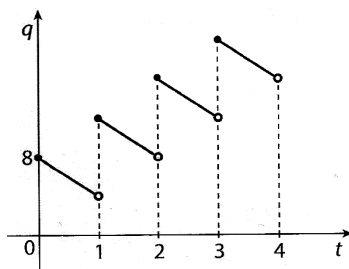
(A)



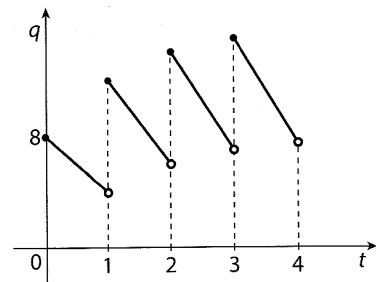
(B)



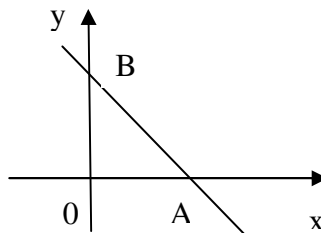
(C)



(D)



15. Na figura seguinte está representado o gráfico da função $f(x) = -2x + 6$.



A área do triângulo [OAB] é:

(A) 4

(B) 8

(C) 9

(D) 15

16.

Considera a função g definida por $g(x) = 3x - 1$, de domínio $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. O contradomínio da função g , D'_g , é:

- (A) $\{-7, -4, -1, 2, 4\}$ (B) $\{-7, -2, 0, 2, 4\}$ (C) \mathbb{R} (D) $\{-7, -4, -1, 2, 5\}$

17.

Seja f uma função de domínio \mathbb{R} , injetiva e tal que $f(0) = 0$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

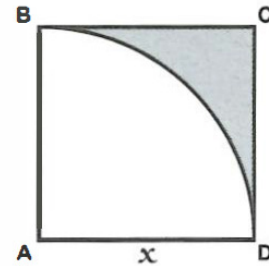
- (A) f não tem zeros (B) f tem exatamente um zero
(C) f tem exatamente dois zeros (D) f tem mais do que dois zeros

18.

Na figura estão representados:

- um quadrado $[ABCD]$
- um arco de circunferência BD de centro em A

Indique qual das funções seguintes dá a área, em cm^2 , da região sombreada, em função do comprimento x , em cm , do lado do quadrado.



- (A) $f(x) = \frac{4x - \pi x^2}{2}$ (B) $f(x) = \frac{(1 - \pi)x^2}{2}$
(C) $f(x) = \frac{(4 - \pi)x^2}{4}$ (D) $f(x) = \frac{\pi - 1}{4} x^2$

19.

Considere, num referencial o.n. xOy , um ponto P , distinto da origem e pertencente à reta de equação $y = 2x$

Seja Q o simétrico de P , em relação à origem do referencial.

Considere o retângulo de lados paralelos aos eixos do referencial e tal que uma das suas diagonais é o segmento $[PQ]$

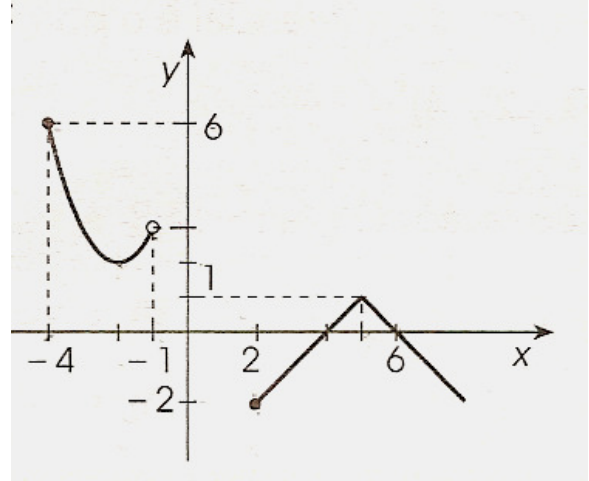
Qual das expressões seguintes dá a área desse retângulo, em função da abscissa x do ponto P ?

- (A) $2x^2$ (B) $6x^2$ (C) $8x^2$ (D) $12x^2$

GRUPO II

1. Considere a função f cuja representação gráfica é a seguinte:

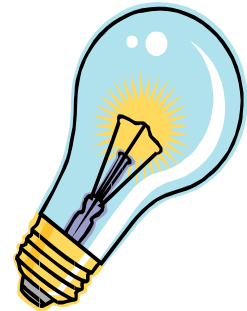
- 1.1. Indique o domínio, o contradomínio e os zeros da função.
- 1.2. Indique um intervalo onde a função f é estritamente decrescente e positiva.
- 1.3. Indique um intervalo onde a função é injetiva e negativa.
- 1.4. Elabore uma tabela de variação da função. Assinale os extremos de f .
- 1.5. Escreva uma condição que defina a função f no intervalo $[2,5]$.
- 1.6. Indique os valores de x para os quais $0 \leq f(x) < 6$.



2. O recibo do consumo de energia elétrica da casa da Fernanda é constituído pelas parcelas:

- consumo (em kWh);
- IVA sobre o total.

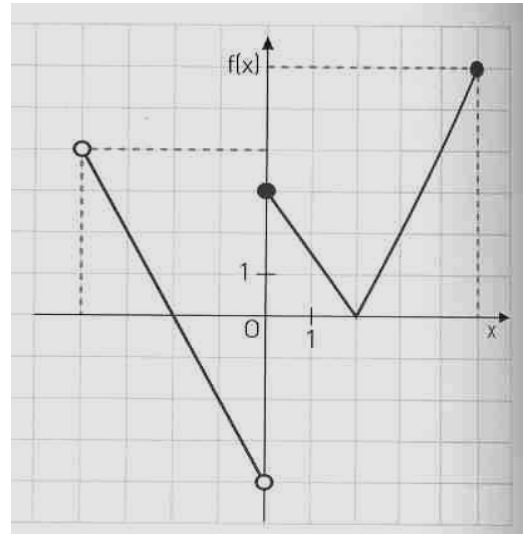
Seja x o número de kWh consumidos durante o período a que se refere o recibo. O custo total F é dado em função de x por:



$$F(x) = 0,1131x + 21,378.$$

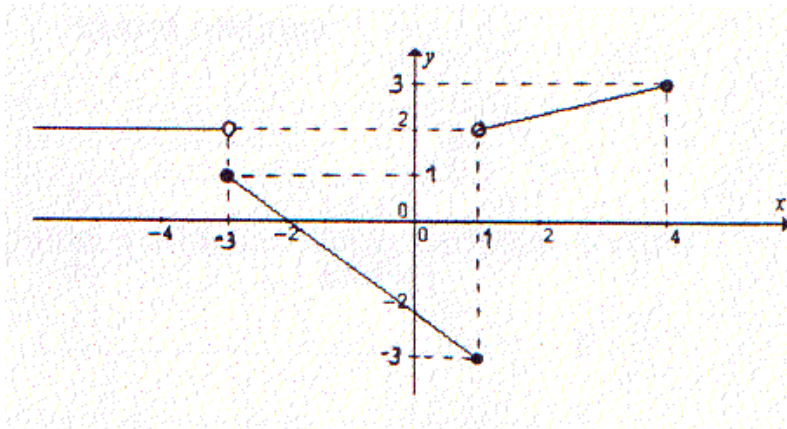
- 2.1. Determine quanto irá pagar a Fernanda no mês de janeiro sabendo que consumiu 138 kWh.
- 2.2. No mês de dezembro a Fernanda tinha pago 42,3 €. Qual foi o seu consumo? Apresente o resultado arredondado às unidades.
- 2.3. No presente mês de fevereiro a Fernanda só tem disponível 35 €. Qual o consumo máximo que ela poderá efetuar? Apresente o resultado arredondado às décimas.

3. Considere a função f cuja representação gráfica é a seguinte:



- 3.1. Indique o domínio, o contradomínio e os zeros da função.
- 3.2. Indique um intervalo onde a função f é estritamente decrescente e positiva.
- 3.3. Construa um quadro de sinais para a função.
- 3.4. Indique um intervalo onde a função é injetiva.
- 3.5. Indique, caso existam, os extremos absolutos e relativos e respetivos extremantes.
- 3.6. Escreva uma condição que defina a função f no intervalo $[2,5]$.
- 3.7. Indique quantas soluções tem a condição $f(x) = f(0)$.

4. Na figura está definida graficamente a função f :



- 4.1. Indique:
- 4.1.1. o domínio e o contradomínio de f ;
- 4.1.2. os zeros de f ;
- 4.1.3. onde a função é não negativa;
- 4.1.4. um intervalo onde a função é estritamente decrescente e negativa;
- 4.1.5. um intervalo onde a função é não injetiva;
- 4.1.6. os extremos absolutos e os respetivos maximizantes e minimizantes;
- 4.1.7. os valores de x para os quais $f(x) \geq 2$.
- 4.2. Determine a expressão analítica que define a função no intervalo $[-3, 1]$.

5. Considere a empresa de produção de sumos de fruta *Frusumo*. Para definir os preços de venda de um determinado sumo é necessário conhecer os custos. A fábrica tem custos fixos, independentes da produção, e custos variáveis, que dependem da quantidade produzida. Suponha que os **custos fixos mensais** são de **320€** e os variáveis são de **60€ por cada centena de litros** de sumo produzido.

5.1. Indique o custo mensal, sabendo que produziram 500 centenas de litros de sumo.

5.2. Escreva uma expressão que traduza o custo mensal C , em função da quantidade q , em centenas de litros de sumo produzido.

5.3. Determine a quantidade q produzida, sabendo que tiveram um custo mensal de 120 620€.

6. A tabela de variação de uma função f , contínua em todo o seu domínio, é:

x	-6		-4		0		2		4		6		$+\infty$
$f(x)$	3	\searrow	0	\searrow	-4	\nearrow	0	\searrow	-2	\nearrow	0	\nearrow	$+\infty$

6.1. Apresente um possível gráfico para a função.

6.2. Indique:

6.2.1. o domínio e o contradomínio de f ;

6.2.2. os zeros da função;

6.2.3. os intervalos onde a função g é positiva;

6.2.4. os extremos relativos e absolutos.

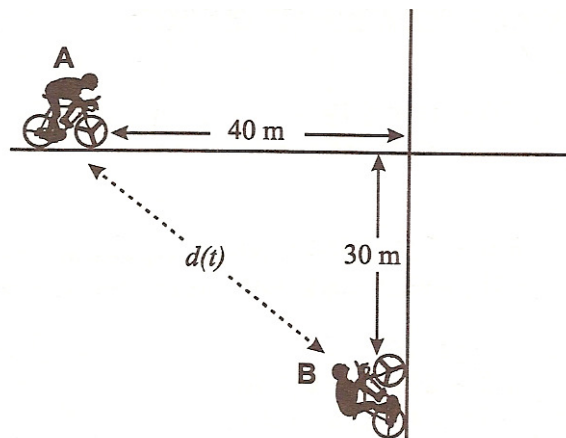
7. Durante os ensaios de um motor, a velocidade de rotação do seu eixo variou, ao longo dos primeiros seis minutos da experiência, de acordo com a função

$$v(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t,$$



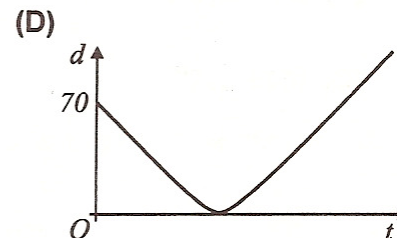
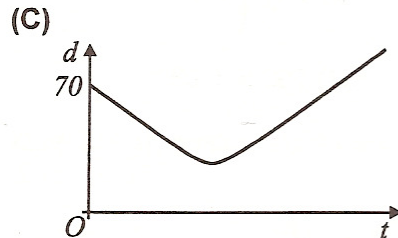
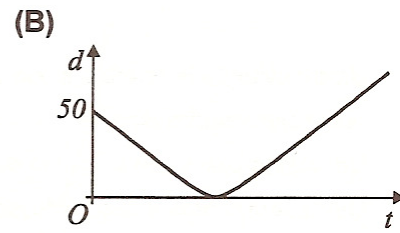
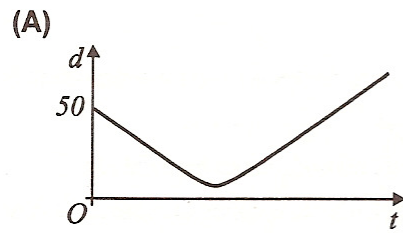
onde t designa o tempo (medido em minutos), contado a partir do início da experiência, e $v(t)$ designa a velocidade de rotação do eixo do motor (medida em centenas de rotações por minuto).

- 7.1. **Recorrendo à calculadora gráfica**, determine a **velocidade máxima** atingida nos **primeiros seis minutos da experiência** e indique ao fim de quanto tempo da experiência essa velocidade foi atingida.
- 7.2. Determine durante quanto tempo é que, nos primeiros seis minutos da experiência, a velocidade de rotação do eixo do motor foi **superior a 4 600** rotações por minuto. Escreva o resultado final em **minutos e segundos** (com o número de segundos arredondado às unidades).
 Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico obtido, bem como as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do problema (apresente as abcissas com **duas casas decimais**).
8. Na figura seguinte estão representados dois ciclistas, *A* e *B*, pedalando a caminho de um cruzamento. Ao chegarem ao cruzamento, ambos continuam em frente. No instante $t = 0$, os ciclistas *A* e *B* encontram-se, respetivamente, a 40 metros e a 30 metros do cruzamento. Os ciclistas pedalam ambos à mesma velocidade, que se mantém constante.



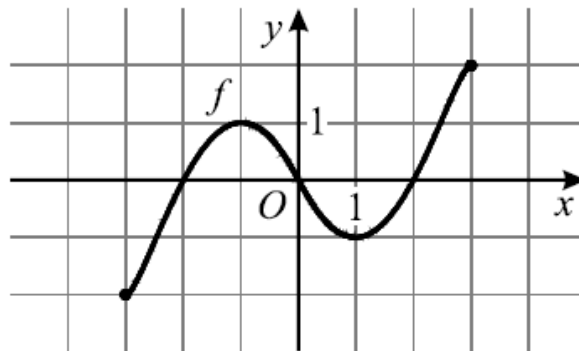
Seja d a função que, para cada valor de t , dá a distância entre os dois ciclistas, no instante t .

Apenas um dos gráficos a seguir representados pode relacionar corretamente as variáveis t e d .



Numa pequena composição, indique o gráfico que pode relacionar corretamente as variáveis t e d e apresente, para cada um dos gráficos rejeitados, uma razão pela qual o considerou incorreto.

9. Seja f a função de domínio $[-3,3]$ cujo gráfico está representado na figura seguinte:



9.1. Indique:

- 9.1.1. o intervalo onde a função é estritamente decrescente;
 9.1.2. um intervalo onde a função é positiva e injetiva;
 9.1.3. os extremos (máximos e mínimos) absolutos e relativos.

9.2. Construa a tabela do sinal da função f .

9.3. Indique o conjunto-solução de cada uma das seguintes condições:

9.3.1. $f(x) = -2$

9.3.2. $f(x) \times f(1) > 0$

9.4. A equação $f(x) = k$, $k \in \mathbb{R}$ tem exatamente três soluções quando $k \in]a, b[$. Indique os valores de a e b .

10. Uma piscina tem a forma de um paralelepípedo retângulo. Essa piscina tem dez metros de comprimento e seis metros de largura. Num certo dia, às 8 horas da manhã, começou a encher-se a piscina, que estava vazia. A altura, h , em metros, da água na piscina, t horas depois das 8 horas desse dia, é dada por $h(t) = 0,3t$. A piscina esteve a encher ininterruptamente até às 13 horas desse dia. Quantos litros de água havia na piscina às 13 horas? Justifique a sua resposta.

Nota: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}$

11.

A Fernanda e a Gabriela são duas irmãs que frequentam a mesma escola. Certo dia, a Fernanda está em casa e a Gabriela está na escola. Num certo instante, a Fernanda sai de casa e vai para a escola e, no mesmo instante, a Gabriela sai da escola e vai para casa. Há um único caminho que liga a casa e a escola. Ambas fazem o percurso a pé e cada uma delas caminha a uma velocidade constante.

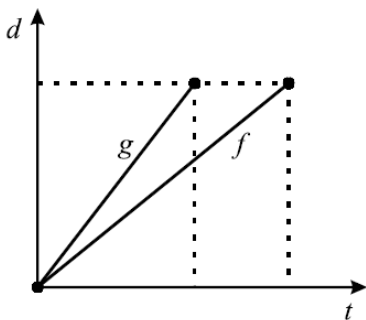
Seja f a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Fernanda, t minutos depois de ter saído de casa (a contagem do tempo tem início quando a Fernanda sai de casa e termina quando ela chega à escola).

Seja g a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Gabriela, t minutos depois de ter saído da escola (a contagem do tempo tem início quando a Gabriela sai da escola e termina quando ela chega a casa).

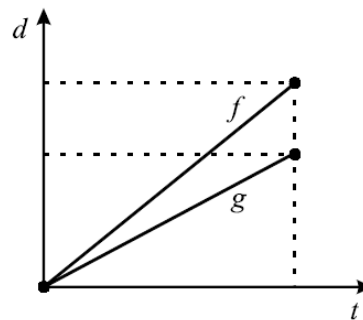
Indique em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções f e g

Numa pequena composição, apresente, para cada uma das outras duas opções, uma razão pela qual a rejeita.

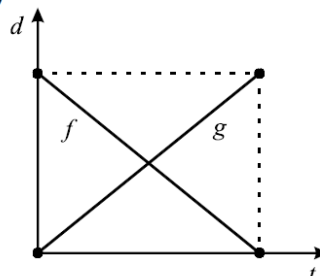
(A)



(B)



(C)



11.

Na figura 5 está representada uma circunferência de centro O e que contém os pontos R , S e T .

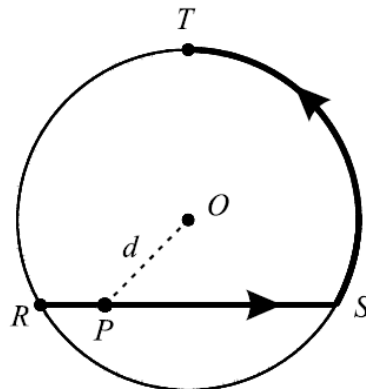
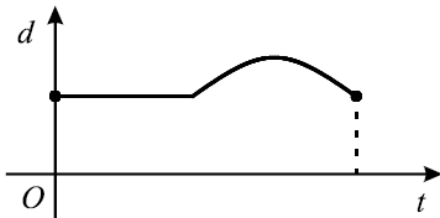


Figura 5

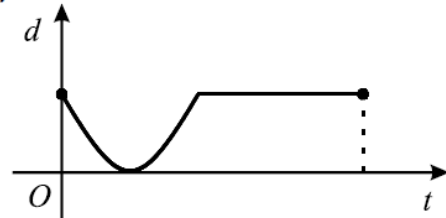
Um ponto P desloca-se ao longo do trajecto que a figura sugere: P inicia o percurso em R e termina-o em T , percorrendo, sucessivamente e sem parar, a corda $[RS]$ e o arco ST . Para cada posição do ponto P , seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto O .

Apenas um dos gráficos a seguir representados pode relacionar correctamente as variáveis t e d

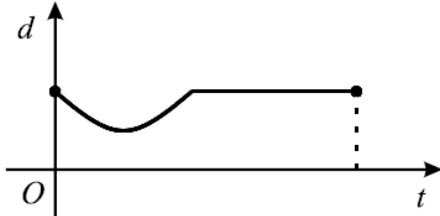
(A)



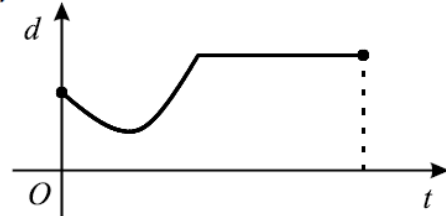
(B)



(C)



(D)



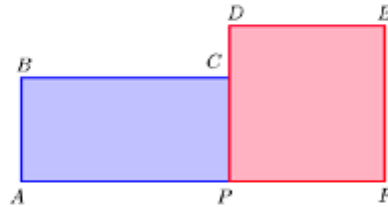
Numa pequena composição, indique o gráfico que pode relacionar correctamente as variáveis t e d e apresente, para cada um dos gráficos rejeitados, uma razão pela qual o considerou incorrecto.

12.

Considera um ponto P que se desloca num segmento de reta $[AF]$, de comprimento 10, nunca coincidindo com A nem com F . Para cada posição do ponto P , considera o retângulo $[APCB]$ e o quadrado $[PFED]$.

Seja $x = \overline{PF}$. Para qualquer valor de x tem-se que $\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AP}$.

Seja $f(x)$ a soma das áreas do retângulo e do quadrado, em função de x .



12.1. Mostra que $f(x) = \frac{3x^2}{2} - 10x + 50$ e indica o contradomínio da função f .

12.2. Determina o perímetro do retângulo e o perímetro do quadrado, para os valores de x em que a soma das áreas dos dois quadriláteros é 34.

Bom trabalho!
Professora Paula Gomes