

## GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO I

### Alguns exercícios saídos em provas globais, exames e testes intermédios

1. Num referencial o.n. Oxyz, a intersecção das superfícies esféricas definidas pelas equações  $x^2+y^2+z^2=4$  e  $x^2+y^2+z^2=9$  é

- (A) Um ponto  
(B) Uma superfície esférica  
(C) Uma circunferência  
(D) O conjunto vazio

(Exame Nacional 97-2.ª fase)

2. Considera a recta r de equação  $y=1/2 x-1$ . Qual das seguintes equações representa a recta paralela a r e que contém o ponto de coordenadas (-2,3)?

- (A)  $y=-1/2 x+2$       (B)  $y=2x+7$   
(C)  $y=-2x-1$       (D)  $y=1/2 x+4$

(Prova Global ESAAS 98-2.ª chamada)

3. Considere, num referencial o.n. Oxyz: a esfera  $\mathcal{E}$  definida pela equação  $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 \leq 36$ ; a recta r de equação  $(x,y,z)=(1,2,3)+k(-2,0,1)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . A intersecção da recta r com a esfera  $\mathcal{E}$  é um segmento de recta. Qual é o comprimento desse segmento de recta?

- (A) 8      (B) 10      (C) 12      (D) 14

(Exame Nacional 98-1.ª chamada)

4. Num referencial o.n. Oxyz, considere: a esfera definida pela condição  $x^2+y^2+z^2 \leq 25$ ; o plano de equação  $z=4$ . Qual é a área de intersecção da esfera com o plano?

- (A)  $\pi$       (B)  $3\pi$       (C)  $6\pi$       (D)  $9\pi$

(Prova Modelo 99)

5. Considere, num referencial o.n. Oxyz, os planos  $\alpha$  e  $\beta$ , definidos pelas seguintes equações,  $\alpha: x=1$  e  $\beta: y=2$ . Seja r a recta de intersecção dos planos  $\alpha$  e  $\beta$ . Indique qual das expressões seguintes é uma equação vectorial da recta r

- (A)  $(x,y,z)=(1,2,0)+k(0,0,2)$ ,  $k \in \mathbb{R}$   
(B)  $(x,y,z)=(1,1,0)+k(1,0,2)$ ,  $k \in \mathbb{R}$   
(C)  $(x,y,z)=(1,1,0)+k(0,0,2)$ ,  $k \in \mathbb{R}$   
(D)  $(x,y,z)=(1,2,0)+k(1,2,0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$

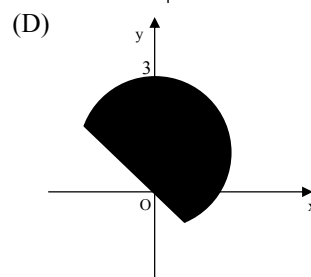
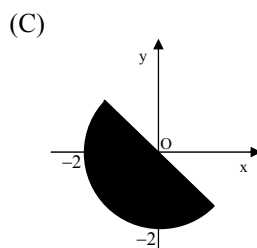
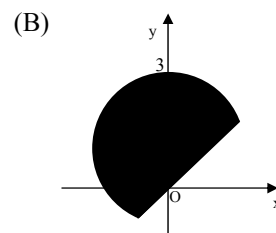
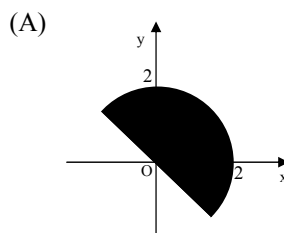
(Exame Nacional 99-1.ª chamada)

6. Num referencial o.n. Oxyz, uma superfície esférica está centrada na origem. Um ponto P pertence à superfície esférica e tem as coordenadas (0,0,4). Qual a condição que define essa superfície esférica?

- (A)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$       (B)  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$   
(C)  $x + y + z = 16$       (D)  $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 16$

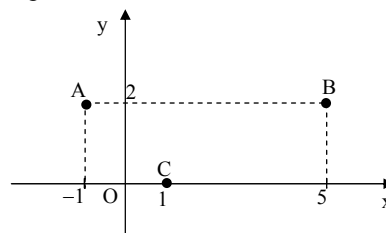
(Prova Global ESAAS – 1ª chamada 2001)

7. A condição  $y \geq -x \wedge x^2 + (y - 1)^2 \leq 4$  define a região do plano:



(Prova Global ESAAS – 1ª chamada 2001)

8. Considere, no referencial o.n. xOy ao lado, os pontos representados.



a) Determine as coordenadas do ponto D tal que  $D = B + \overline{AC}$ .

b) Calcule  $\|\overline{AC}\|$ .

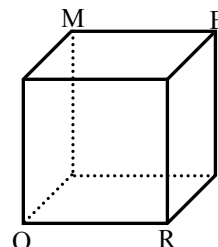
c) Escreva a equação reduzida da recta AC.

d) Os pontos  $R(0 ; 7)$ ,  $S(1,5 ; 4)$  e  $T(2,5 ; 2)$  pertencem à mediatriz do segmento [BC] mas apenas um deles pertence à recta AB. Indique, justificando, qual é esse ponto.

(Prova Global ESAAS – 1ª chamada 2001)

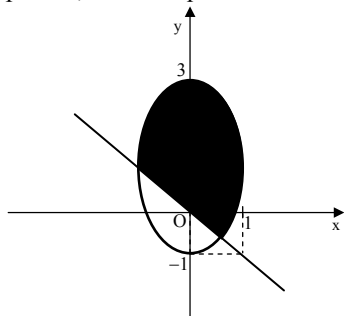
9. A figura ilustra um cubo com arestas de comprimento 1 dm. O perímetro do rectângulo [MERO] é:

- (A) Inferior a 4 dm.  
(B) Superior a 4,6 dm.  
(C) Igual a 4 dm.  
(D) Igual a 4,6 dm.



(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

10. Na figura ao lado está representado um conjunto de pontos, entre as quais uma recta e uma elipse.



A condição que define a parte sombreada é:

- (A)  $x^2 + \frac{(y-1)^2}{4} \leq 1 \wedge y \geq x$
- (B)  $\frac{x^2}{4} + (y-1)^2 \geq 1 \wedge y \geq -x$
- (C)  $x^2 + \frac{(y-1)^2}{4} \leq 1 \wedge y \geq -x$
- (D)  $x^2 + (y-1)^2 \leq 4 \wedge y \geq x$

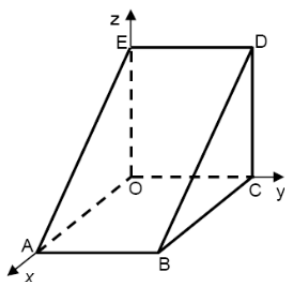
(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

11. Considere os pontos R(-3,0) e S(0,-2) num referencial ortonormado do plano. As coordenadas de  $2\overline{RS}$  são:

- (A) (6,-4)      (B) (0,2)      (C) (3,-2)      (D) (0,0)

(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

12. No referencial ortonormado está representado um prisma triangular recto cuja base [AOE] está contida no plano xOz. A aresta [BC] mede 5 unidades e o ponto D tem as coordenadas (0,2,3).



a) Determine as coordenadas do ponto A e do vector  $\overline{CE}$ .

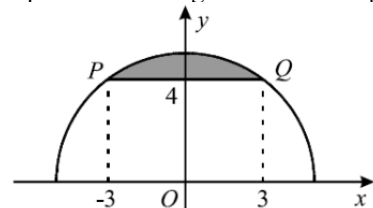
b) Calcule a área do triângulo [BED] com duas casas decimais.

c) Caracterize o plano BCD por uma condição cartesiana.

d) Comente, justificando, a seguinte afirmação: “As rectas AD e BC são paralelas.”

(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

13. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy, uma semicircunferência de centro na origem e que passa nos pontos P e Q. O ponto P tem coordenadas (-3,4) e o ponto Q tem coordenadas (3,4). Na figura está também representado o segmento de recta [PQ].



Qual das condições seguintes define o domínio plano sombreado?

- (A)  $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge -3 \leq x \leq 3$
- (B)  $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge y \geq 4$
- (C)  $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge -3 \leq x \leq 3$
- (D)  $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq 4$

(Teste Intermédio 2008)

14. Considere, em referencial o.n. xOy, a recta r que intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 2 e que intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 6. Qual é a equação reduzida da recta r ?

- (A)  $y = -3x + 6$       (B)  $y = 3x + 6$
- (C)  $y = -2x + 3$       (D)  $y = 2x + 3$

(Teste Intermédio 2008)

15. Em referencial o.n. Oxyz, considere:

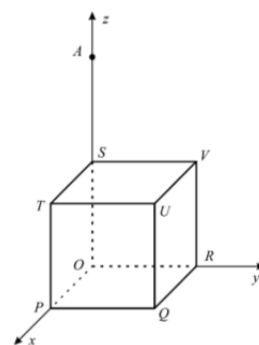
- a esfera E definida pela condição  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$
- a recta r de equação vectorial

$(x, y, z) = (0, 0, 2) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$ . A intersecção da esfera E com a recta r é

- (A) um segmento de recta de comprimento 2
- (B) um segmento de recta de comprimento 4
- (C) um ponto
- (D) o conjunto vazio

(Teste Intermédio 2008)

16. Na figura está representado, em referencial o.n. Oxyz, um cubo [OPQRSTUVWXYZ]. A aresta [OP] está contida no semieixo positivo Ox, a aresta [OR] está contida no semieixo positivo Oy e a aresta [OS] está contida no semieixo positivo Oz. O ponto U tem coordenadas (2,2,2). No eixo Oz está representado um ponto A, cuja cota é 4.



a) Defina, por meio de uma condição, a aresta [UQ]

b) Averigüe se o ponto T pertence ao plano mediador do segmento [AV]

c) Na figura acima desenhe, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano PQA e, na sua folha de prova, determine o seu perímetro.

**Nota importante:** O seu desenho é feito no enunciado. Por este motivo, escreva o seu nome no enunciado e entregue o enunciado em conjunto com a sua folha de respostas.

(Teste Intermédio 2008)

17. Qual das condições seguintes define, em referencial o.n.  $xOy$ , uma recta paralela ao eixo  $Oz$ ?

- (A)  $(x, y, z) = (7, 0, 0) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
- (B)  $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 7), k \in \mathbb{R}$
- (C)  $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(7, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
- (D)  $(x, y, z) = (0, 0, 7) + k(1, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

(1.º Teste Intermédio 2009)

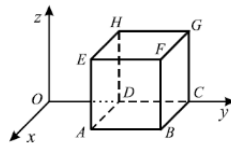
18. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a condição  $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$  define uma esfera. Qual das equações seguintes define um plano que divide essa esfera em dois sólidos com o mesmo volume?

- (A)  $x = 0$  (B)  $x = 1$  (C)  $x = 2$  (D)  $x = 3$

(1.º Teste Intermédio 2009)

19. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo de aresta 2. Sabe-se que:

- a face  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$
- a aresta  $[DC]$  está contida no eixo  $Oy$
- o ponto  $D$  tem coordenadas  $(0, 2, 0)$



Os pontos de coordenadas  $(2, 2, 0)$  e  $(0, 4, 0)$  são vértices do cubo. Qual é o plano mediador do segmento de recta cujos extremos são estes dois vértices?

- (A)  $ABC$  (B)  $ACG$  (C)  $BDH$  (D)  $BCF$

(1.º Teste Intermédio 2009)

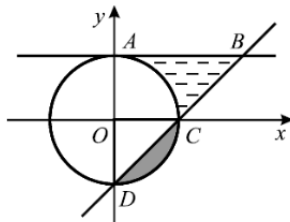
20. Num certo prisma, cada uma das bases tem  $n$  vértices. Quantas faces e quantas arestas tem esse prisma?

- (A)  $2n$  faces e  $2n$  arestas (B)  $2n$  faces e  $3n$  arestas
- (C)  $n + 2$  faces e  $2n$  arestas (D)  $n + 2$  faces  $3n$  arestas

(1.º Teste Intermédio 2009)

21. Na figura estão representados, em referencial o.n.  $xOy$ :

- os pontos  $A$  e  $D$ , pertencentes ao eixo  $Oy$
- o ponto  $C$ , pertencente ao eixo  $Ox$



- a circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos  $A$ ,  $C$  e  $D$
- a recta  $BD$ , que contém o ponto  $C$
- a recta  $AB$ , paralela ao eixo  $Ox$

O ponto  $B$  tem coordenadas  $(6, 3)$

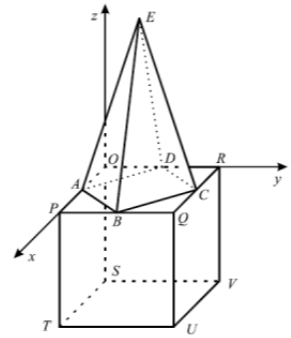
Estão assinaladas na figura duas regiões:

- uma, tracejada, no primeiro quadrante
  - outra, sombreada, no quarto quadrante
- a) Mostre que uma equação da mediatriz do segmento  $[BC]$  é  $y = -x + 6$
- b) Defina, por meio de uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.

c) Determine a área da região tracejada. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

(1.º Teste Intermédio 2009)

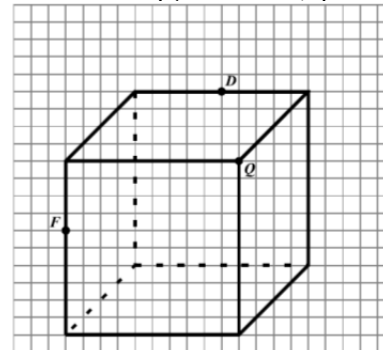
22. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular. A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$  e o vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ . Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado  $[OPQR]$ . O ponto  $Q$  tem coordenadas  $(2, 2, 0)$ . O volume do sólido é igual a 10.



a) Determine a cota do ponto  $E$ .

b) Determine uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto  $T$  e que contém o ponto  $C$ .

c) Na figura abaixo está representado o cubo, em papel quadriculado. Nesta figura, desenhe, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano  $FQD$ . Em seguida, assinale com um X a opção correcta, quanto à forma da secção.



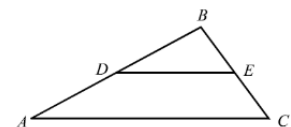
A secção obtida é um

- triângulo
- rectângulo
- losango
- trapézio
- pentágono
- hexágono

**Nota:** este item é resolvido no enunciado; por este motivo, escreva o seu nome na primeira página do enunciado e entregue o enunciado em conjunto com a sua folha de respostas.

(1.º Teste Intermédio 2009)

23. Na figura está representado um triângulo  $[ABC]$ . Os pontos  $D$  e  $E$  são os pontos médios dos lados  $[AB]$  e  $[BC]$ , respectivamente.



Utilizando cálculo vectorial, prove que as rectas  $AC$  e  $DE$  são paralelas.

**Sugestão** Percorra as seguintes etapas:

- Exprima o vector  $\overrightarrow{AC}$  à custa dos vectores  $\overrightarrow{AB}$  e  $\overrightarrow{BC}$
- Relacione o vector  $\overrightarrow{AB}$  com o vector  $\overrightarrow{DB}$
- Relacione o vector  $\overrightarrow{BC}$  com o vector  $\overrightarrow{BE}$
- Mostre que  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{DE}$
- Utilize a igualdade anterior para justificar que as rectas  $AC$  e  $DE$  são paralelas

24. Na figura 1 está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , uma circunferência de centro no ponto  $P(2,-1)$ . Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

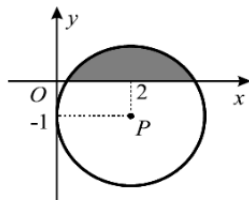


Figura 1

(A)

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$$

(B)  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$

(C)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$

(D)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$

(2.º Teste Intermédio 2009)

25. Na figura 4 está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma triangular não regular [ABCDEF].

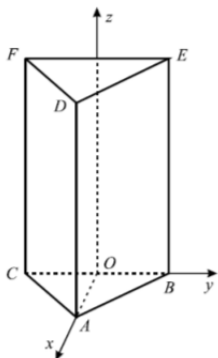


Figura 4

Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles

(  $\overline{AB} = \overline{AC}$  e  $\overline{DE} = \overline{DF}$  )

- a base [ABC] está contida no plano  $xOy$

- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases

- o ponto A tem coordenadas (4,0,0)

- o ponto E tem coordenadas (0,3,8)

- o ponto F é o simétrico do ponto E, relativamente ao plano  $xOz$

- Determine uma equação vectorial da recta DF
- Determine a área lateral do prisma.

(2.º Teste Intermédio 2009)

26. Na figura 1, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a recta  $r$ , que intersecta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa 2 e o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 2. Qual é a equação reduzida da recta  $r$ ?

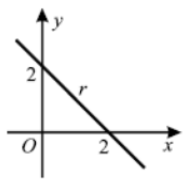


Figura 1

(A)  $y = 2x+2$  (B)  $y = -2x+2$

(C)  $y = -x+2$  (D)  $y = x+2$

(1.º Teste Intermédio 2010)

27. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência de equação  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$ . Qual das equações seguintes define uma recta tangente a esta circunferência?

(A)  $x = -3$  (B)  $x = 1$  (C)  $y = -4$  (D)  $y = 1$

(1.º Teste Intermédio 2010)

28. Uma pirâmide tem 31 vértices. Quantas arestas tem?

(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60

(1.º Teste Intermédio 2010)

29. Na figura 2, está representada uma planificação de um cubo.

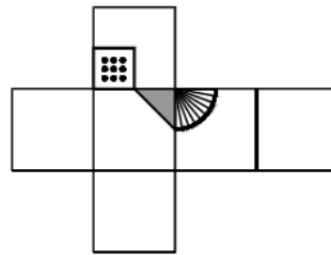
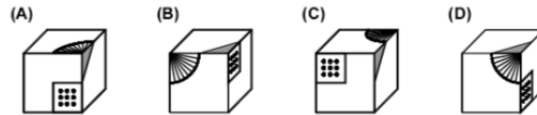


Figura 2

Em qual das opções seguintes pode estar representado esse cubo?



(1.º Teste Intermédio 2010)

30. Na figura 3, estão representados um triângulo isósceles [ABC] e um quadrado inscrito nesse triângulo. A altura relativa à base [AB] é o segmento de recta [CD], representado a tracejado. Sabe-se que  $\overline{AB} = 4$  cm e que  $\overline{CD} = 8$  cm. Quanto mede, em centímetros, o lado do quadrado?

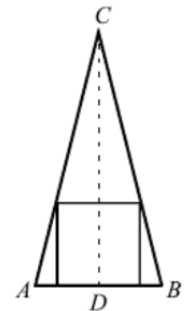


Figura 3

(A)  $\frac{9}{4}$  (B)  $\frac{5}{2}$  (C)  $\frac{8}{3}$  (D)  $\frac{11}{4}$

(1.º Teste Intermédio 2010)

31. Na figura 4, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência que tem centro no ponto A(4,7) e que contém o ponto D(8,10). Sabe-se que:

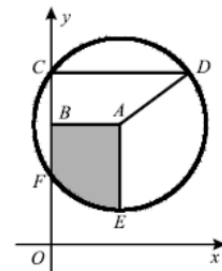


Figura 4

- [CF] é a corda da circunferência contida no eixo  $Oy$

- [CD] é uma corda da circunferência, paralela ao eixo  $Ox$

- [AE] é um raio da circunferência, paralelo ao eixo  $Ox$

- [ABCD] é um trapézio rectângulo.

- Determine a área do trapézio [ABCD].

- Determine a equação reduzida da mediatriz do segmento [AD]

- Defina, por uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.

(1.º Teste Intermédio 2010)

32. Na figura 5, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo [ABCDEFGH] (o ponto H não está representado na figura).

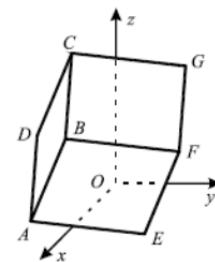


Figura 5

- Preencha cada um dos espaços seguintes, utilizando a designação de um ponto ou de um vector, de modo a obter afirmações verdadeiras. Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

..... +  $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AC}$

$F + \overrightarrow{CD} = \dots\dots\dots$

$D + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \dots\dots\dots$

b) Admita agora que:

- o ponto A tem coordenadas (11,-1,2)
- o ponto B tem coordenadas (13,2,8)
- o ponto E tem coordenadas (8,5,0)

b<sub>1</sub>) Determine a área da secção produzida no cubo pelo plano ABG

b<sub>2</sub>) Defina, por uma condição, a recta que contém o ponto F e é paralela ao eixo Oz

(1.º Teste Intermédio 2010)

33. Na figura 6, estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a pirâmide quadrangular regular [VOPQR] e o prisma quadrangular regular [ABCDEFGH]. Sabe-se que:

- os vértices P e R da pirâmide pertencem aos eixos coordenados  $Ox$  e  $Oy$ , respectivamente;
- uma das bases do prisma está contida na base da pirâmide e cada vértice da outra base pertence a uma aresta da pirâmide.

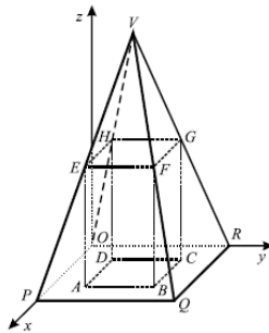


Figura 6

a) Preencha cada um dos espaços seguintes, de modo a obter afirmações verdadeiras quanto à posição relativa das rectas e/ou dos planos. Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

As rectas  $DQ$  e  $VF$  são .....

As rectas  $EH$  e ..... são não coplanares.

A recta  $PQ$  e o plano  $HGB$  são .....

A recta  $FQ$  e o plano  $ADH$  são .....

Os planos  $BQV$  e ..... são perpendiculares.

b) Sabe-se que  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 8z = 0$  é uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto V e que contém os quatro vértices da base da pirâmide [VOPQR]. Calcule o volume da pirâmide [VOPQR].

(1.º Teste Intermédio 2010)

34. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a recta  $r$  que intersecta o eixo  $Ox$  no ponto de abcissa 2 e que intersecta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 8. Qual é a equação reduzida da recta  $r$  ?

- (A)  $y = -4x+8$  (B)  $y = 4x+8$  (C)  $y = -2x+4$  (D)  $y = 2x+4$

(2.º Teste Intermédio 2010)

35. Na figura 2, estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular e uma pirâmide. A base da pirâmide, [OPQR], está contida no plano  $xOy$  e coincide com a base inferior do prisma.

O ponto W, vértice da pirâmide, coincide com o centro da base superior, [STUV], do prisma. O ponto P tem coordenadas (5,0,0)

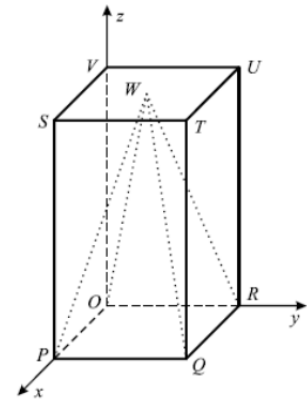


Figura 2

a) Defina, por uma condição, a superfície esférica de centro no ponto Q e que passa no ponto O

b) Sabe-se que o volume da pirâmide é igual a 75. Determine as coordenadas do ponto W, vértice da pirâmide.

(2.º Teste Intermédio 2010)

36. Na Figura 2, está representado um cubo de aresta 4. Os pontos A, B e C são vértices da mesma face do cubo. O ponto D pertence a uma das arestas do cubo e  $\overline{DC} = 3$ . Qual é o valor da área da secção produzida no cubo pelo plano ABD ?

- (A) 10 (B) 12 (C) 20 (D) 25  
(Teste Intermédio 2011)

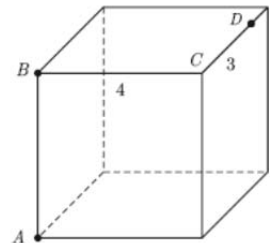


Figura 2

37. Considere a condição  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2 \wedge x \geq 0$

Em qual das opções seguintes está representado, em referencial o.n.  $xOy$ , o conjunto de pontos definido por esta condição?

- (A) (B) (C) (D)

(Teste Intermédio 2011)

38. Na Figura 3, está representado um sólido que se pode decompor no cubo [ABCDEFGH] e na pirâmide triangular não regular [GIJK]. Sabe-se que:

- o cubo tem aresta 6
- o ponto I é o ponto de intersecção do segmento [BK] com a aresta [GF]

- o ponto J é o ponto de intersecção do segmento [DK] com a aresta [GH]
  - o ponto G é o ponto médio do segmento [CK]
- Qual é o valor do volume da pirâmide [GIJK] ?  
 (A) 36 (B) 27 (C) 18 (D) 9

(Teste Intermédio 2011)

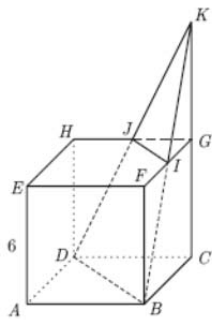


Figura 3

39. Na Figura 6, está representado, em referencial o.n. Oxyz, o prisma quadrangular regular [ABCDEFGH]. As coordenadas dos pontos A, B e G são (11, -1, 2), (8, 5, 0) e (6, 9, 15), respectivamente.

- Determine as coordenadas do ponto H
- Escreva uma equação que defina a superfície esférica com centro no ponto A e que passa no ponto B
- Escreva uma condição que defina a recta que passa no ponto G e que é paralela ao eixo Oy

(Teste Intermédio 2011)

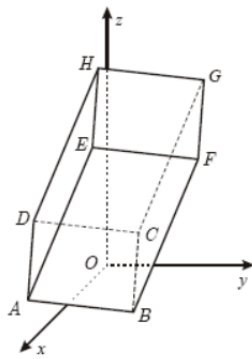


Figura 6

40. Na Figura 7, está representado um cilindro de altura h e raio da base r. Sejam A e B os centros das bases do cilindro. Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento [AB], nunca coincidindo com o ponto A, nem com o ponto B. Cada posição do ponto P determina dois cones cujos vértices coincidem com o ponto P e cujas bases coincidem com as bases do cilindro. Mostre que a soma dos volumes dos dois cones é constante, isto é, não depende da posição do ponto P.

Sugestão – Designe por a a altura de um dos cones.

(Teste Intermédio 2011)

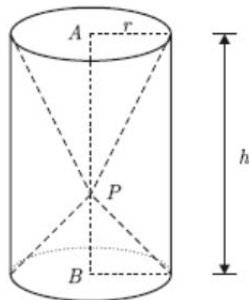


Figura 7

41. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz, o cubo [OPQRSTUW] de aresta 2.

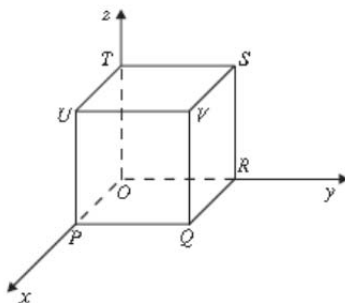


Figura 1

- Os pontos, P, R e T pertencem aos semieixos positivos. Numa das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto pertencente a uma das arestas do cubo. Em qual?  
 (A) (1, 1, 2) (B) (1, 2, 0) (C) (0, 1, 1) (D) (1, 1, 1)

(Teste Intermédio 2012)

42. Considere, num referencial o.n. Oxyz, a reta t definida por  $(x, y, z) = (-1, 2, 3) + k(0, 1, 0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Qual das condições seguintes também define a reta t ?

- (A)  $x = -1 \wedge y = 2$  (B)  $y = 2 \wedge z = 3$   
 (C)  $x = -1 \wedge z = 3$  (D)  $x = 0 \wedge z = 0$

(Teste Intermédio 2012)

43. Considere, num referencial o.n. xOy :

- a reta r, definida pela equação  $y = 2x - 1$
- o ponto A de coordenadas (0, -2)

a) Escreva uma equação vetorial da reta r

b) Escreva a equação reduzida da reta paralela à reta r que passa no ponto A

c) Na Figura 5, estão representados a reta r, o ponto A e a circunferência que tem centro no ponto A e que passa em O. Defina, por uma condição, a região representada a sombreado, incluindo a sua fronteira.

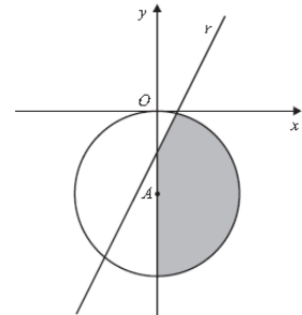


Figura 5

(Teste Intermédio 2012)

44. Na Figura 6, está representada uma peça metálica plana na qual se marcou a tracejado um quadrado [ABCD] com 3 dm de lado. Na Figura 7, está representada a peça metálica que se obteve a partir da primeira peça, cortando e retirando o quadrado [EFGH]

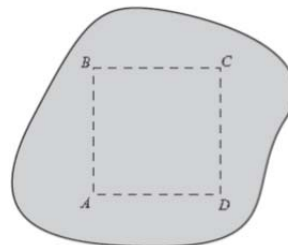


Figura 6

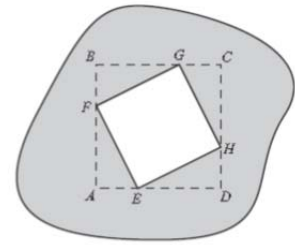


Figura 7

Relativamente à Figura 7, sabe-se que:

- cada vértice do quadrado [EFGH] pertence a um lado do quadrado [ABCD]
- os quatro triângulos retângulos [EDH], [HCG], [GBF] e [FAE] são geometricamente iguais e, em cada um deles, o cateto maior é igual ao dobro do cateto menor.

a) Mostre que a área do quadrado [EFGH] é  $5 \text{ dm}^2$

b) Na Figura 8, está representada uma pirâmide quadrangular regular [IJKLV] cuja base tem  $45 \text{ dm}^2$  de área e cuja altura é 12dm. Sobre esta pirâmide deixou-se descair a peça metálica representada na Figura 7, de tal modo que

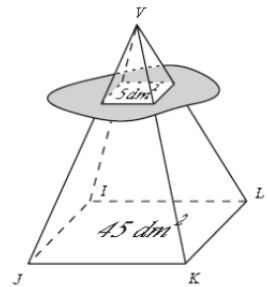


Figura 8

esta peça ficou paralela à base da pirâmide e os vértices do quadrado [EFGH] ficaram sobre as arestas laterais da pirâmide. Determine a distância,  $d$ , em dm, entre a peça metálica e a base da pirâmide.

Nota – Admita que a espessura da peça metálica é desprezável e tenha em conta que a área do quadrado [EFGH] é  $5 \text{ dm}^2$

(Teste Intermédio 2012)

45. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ :

- os pontos A e B
  - o segmento de reta [AB]
  - a reta de equação  $y = 2$ , mediatriz de [AB]
- Quais são as coordenadas dos pontos A e B?

- A) A(2, 3); B(2, -3) B) A(4, 3); B(4, 1)  
C) A(-2, -3); B(6, -3) D) A(0, -1); B(4, 1)

(Teste Intermédio ESFF 2013)

46. Na figura 1, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$  que contém a diagonal do quadrado [OABC], também representado nesse referencial.

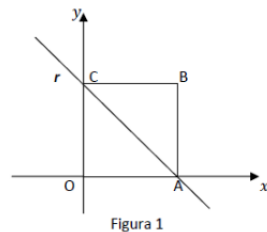


Figura 1

Sabe-se que  $\overline{AB} = 3$ . Qual das seguintes condições define a reta  $r$ ?

- A)  $y = -x + 3$  B)  $y = x + 3$   
C)  $(x, y) = (1, 0) + k(3, 3), k \in \mathbb{R}$   
D)  $(x, y) = (0, 1) + k(-3, 3), k \in \mathbb{R}$

(Teste Intermédio ESFF 2013)

47. Que região do espaço é definida pela condição

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 36 \wedge x = 1?$$

- A) uma semiesfera B) um círculo  
C) uma circunferência D) um segmento de reta.

(Teste Intermédio ESFF 2013)

48. Na figura 5, está representado, num referencial o. n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular [ABCDEFGH] (o ponto H não está representado na figura).

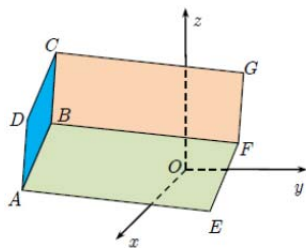


Figura 5

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas  $(15, -7, 3)$
  - o ponto B tem coordenadas  $(17, -4, 9)$
  - o ponto C tem coordenadas  $(11, -6, 12)$
  - o ponto D tem coordenadas  $(9, 5, -1)$
- a) Determine as coordenadas do ponto G.  
b) Escreva uma equação que defina a reta que passa no ponto E e que é paralela ao eixo  $Ox$ .  
c) Escreva uma equação da superfície esférica que contém os oito vértices do prisma.  
d) Determine uma equação do plano DBF. Apresente a sua resposta na forma  $ax + by + cz = d$  ( $a, b, c$  e  $d$  designam números reais).

Nota – o plano DBF é o plano mediador de um segmento cujos extremos são dois vértices do prisma.

(Teste Intermédio ESFF 2013)

49. Na Figura 1 está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , uma semicircunferência de centro na origem do referencial. Qual das condições seguintes pode definir a região sombreada, incluindo a fronteira?

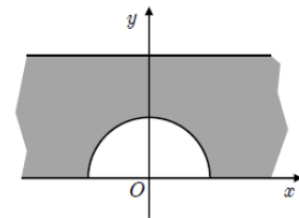
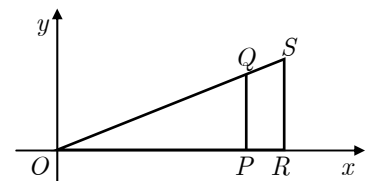


Figura 1

- (A)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 < y < 8$   
(B)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 \leq y \leq 4$   
(C)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 < x < 8$   
(D)  $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 \leq x \leq 4$

(Teste Intermédio ESFF 2014)

50. No referencial o.n.  $xOy$  da Figura 2 estão os triângulos [OPQ] e [ORS], retângulos em P e em R, respetivamente. Sabe-se que:



- a razão entre a área do triângulo [ORS] e a do [OPQ] é igual a  $\frac{36}{25}$

Quais são as coordenadas do ponto S?

- os pontos P e R pertencem ao semieixo positivo  $Ox$
  - o ponto Q tem coordenadas  $(5, 2)$
- (A)  $(\frac{49}{8}, 3)$  (B)  $(\frac{31}{5}, 3)$  (C)  $(6, \frac{19}{8})$  (D)  $(6, \frac{12}{5})$

(Teste Intermédio ESFF 2014)

51. Considere o hexágono regular [ABCDEF] da Figura 3, de centro no ponto O. Qual é a proposição verdadeira?

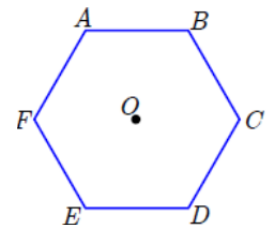


Figura 3

- (A)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = B$   
(B)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = D$   
(C)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = A$   
(D)  $C + \overline{OD} - \overline{AB} = E$

(Teste Intermédio ESFF 2014)

52. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a reta definida pela condição  $x = 5 \wedge z = -3$ . Qual pode ser uma equação vetorial dessa reta?

- (A)  $(x, y, z) = (5, 5, -3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$   
(B)  $(x, y, z) = (5, 5, -3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$   
(C)  $(x, y, z) = (-3, 5, -3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$   
(D)  $(x, y, z) = (-3, 5, -3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

(Teste Intermédio ESFF 2014)

53. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da Figura 5, a circunferência de centro H e o paralelogramo [ABCD].

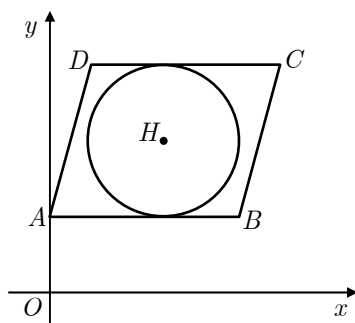


Figura 5

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas (0,2);
- os lados [AB] e [CD] são paralelos ao eixo  $Ox$  e tangentes à circunferência;
- a equação da circunferência é  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ ;
- H é o centro do paralelogramo [ABCD];
- $\overline{BH} = (-2, 2)$ .

- a) Determine a área do paralelogramo [ABCD].
- b) Escreva a equação reduzida da reta AH.
- c) Calcule as ordenadas dos pontos da circunferência de abscissa 2.

(Teste Intermédio ESFF 2014)

54. Na Figura 6 está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo [ABCDEFGH].

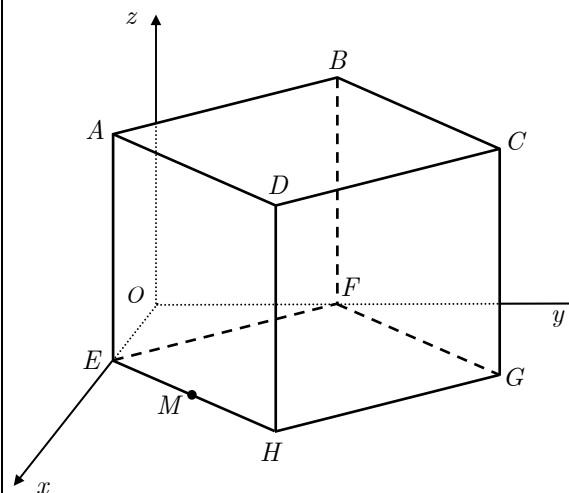


Figura 6

Sabe-se que:

- o ponto B tem coordenadas (0,4,5);
- o ponto E pertence ao semieixo positivo  $Ox$ ;
- o ponto F pertence ao semieixo positivo  $Oy$ ;
- o ponto M é o ponto médio do segmento [EH];
- a face [EFGH] está sobre o plano  $xOy$ .

a) **Desenhe**, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano ACM.

b) Mostre que o ponto A tem coordenadas (3,0,5) e escreva a equação do plano mediador do segmento [AB]. Apresente a sua resposta na forma  $ax + by + cz = d$ , com  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

c) Considere a esfera de centro no ponto B e raio 13. O plano definido por  $z = k$  intersesta a esfera segundo um círculo de área  $25\pi$ . Que valores pode tomar  $k$ ? Justifique a resposta.

(Teste Intermédio ESFF 2014)

- Soluções: 1. D    2. D    3. C    4. D    5. A    6. B    7. D    8. (7,0);  $\sqrt{8}$ ;  $y = -x + 1$ ; T    9. B    10. C  
 11. A    12. (5,0,0) e (0,-2,3);  $\sqrt{34}$     13. B    14. A    15. C    16.  $x=2 \wedge y=2 \wedge 0 \leq z \leq 2$ ; sim;  $4+2\sqrt{5}$     17. B    18. A  
 19. C    20. D    21.  $y \leq x - 3 \wedge x^2 + y^2 \leq 9$ ; 6,43    22. 3;  $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ ; trapézio    24. B  
 25.  $(x,y,z) = (4,0,8) + k(4,3,0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ ; 128    26. C    27. A    28. D    29. A    30. C    31. 18;  $y = -4/3 x + 33/2$ ;  
 $(x-4)^2 + (y-7)^2 \leq 25 \wedge 0 \leq x \leq 4 \wedge y \leq 4$     32.  $\overline{AB}$ , E e F;  $49\sqrt{2}$ ;  $x=10 \wedge y=8$     33. conc., FB, est. paral., conc. e BQV; 16/3  
 34. A    35.  $(x-5)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 50$ ; (5/2, 5/2, 9)    36. C    37. C    38. D    39. (9,3,17);  $(x-11)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 49$ ;  $x=6 \wedge z=15$   
 41. B    42. C    43.  $(x,y) = (0,-1) + k(1,2)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ ;  $y=2x-2$ ;  $x^2 + (y+2)^2 \leq 4 \wedge y \leq 2x-1 \wedge x \geq 0$     44. 8    45. B    46. A    47. C  
 48. (5,6,8);  $(x,y,z) = (9,5,-1) + k(1,0,0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ ;  $(x-10)^2 + (y+1/2)^2 + (z-11/2)^2 = 147/2$ ;  $4x-y-9z = -9$     49. B    50. D    51. B  
 52. B    53. 20;  $y=2/3 x+2$ ;  $4+\sqrt{3}$  e  $4-\sqrt{3}$     54.  $-6x+8y=7$ ; -7 ou 17