Escola Secundária de Francisco Franco
Matemática A – <u>10.º ano</u>

FUNÇÕES E GRÁFICOS. FUNÇÕES POLINOMIAIS. FUNÇÃO MÓDULO

Alguns exercícios saídos em exames, provas globais e testes intermédios

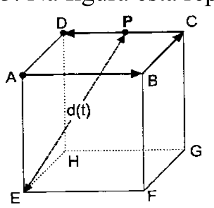
1. Indique qual dos seguintes conjuntos de pontos, em referencial o.n. xOy, é <u>sempre</u> o gráfico de uma função real de variável real $f: x \rightarrow y$
   (A) Uma recta paralela ao eixo Oy
   (B) Uma recta paralela ao eixo Ox
   (C) Uma parábola
   (D) Uma elipse

(Exame Nacional 97-2.ª chamada)

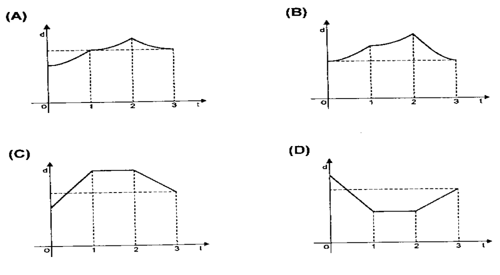
2. Indique quantos são os pontos comuns aos gráficos das funções f e g definidas por $f(x)=x^2$ e $g(x)=|x|$
   (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(Exame Nacional 97-2.ª fase)

3. Na figura está representado um cubo.



Sabe-se que um ponto P se desloca ao longo do trajecto que a figura sugere: P parte de A e percorre sucessivamente as arestas [AB], [BC] e [CD], terminando o percurso em D. O ponto P demora um segundo a percorrer cada uma das arestas. Seja d(t) a distância do ponto P ao ponto E, t segundos após a partida. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d?

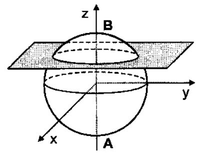


(Prova Modelo 2000)

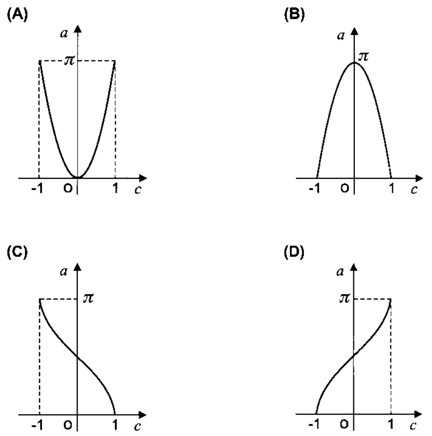
4. Seja f uma função de domínio R e contradomínio [-3,2]. Qual é o contradomínio de |f|?
   (A) [2,3] (B) [-2,3] (C) [0,2] (D) [0,3]

(Exame Nacional 2000-2.ª chamada)

5. Considere, num referencial o.n. Oxyz, a esfera definida pela condição $x^2+y^2+z^2 \leq 1$.

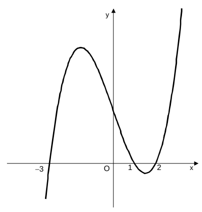


Admita que um ponto P se desloca ao longo do diâmetro [AB], que está contido no eixo Oz. Para cada posição do ponto P, considere o plano que contém P e que é paralelo ao plano xOy. Seja g a função que faz corresponder, à cota c do ponto P, a área *a* da secção produzida na esfera pelo referido plano. Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função g?



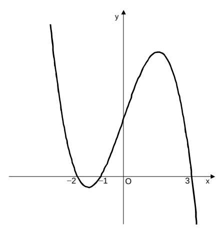
(Exame Nacional 2000-2.ª chamada)

6. A figura ilustra o gráfico da função polinomial g de terceiro grau.

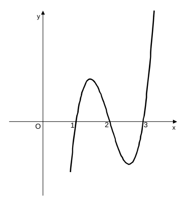


A representação gráfica da função definida por $y = g(-x)$ poderá ser:

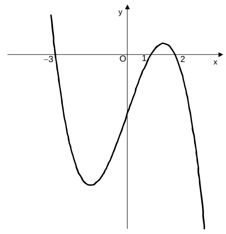
(A)



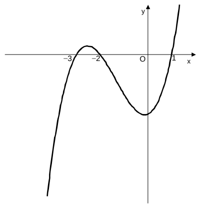
(B)



(C)

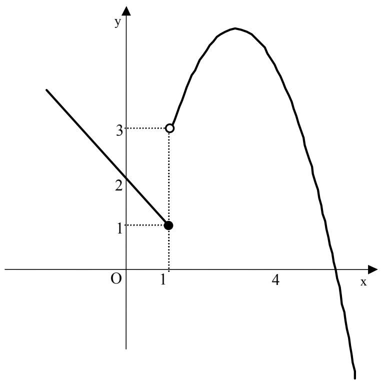


(D)



(Prova Global ESAAS – 1ª chamada 2001)

7. Seja f uma função de domínio R com a representação gráfica ilustrada ao lado.



a) A função f é positiva em:

(A) R
(B) $]-\infty , 4[$
(C) $]4 , +\infty[$
(D) $[0 , 4]$

b) Qual das expressões pode definir a função f ?

(A) $f(x) = \begin{cases} x^2-4x \text{ se } x>1 \\ x-2 \text{ se } x\leq 1 \end{cases}$ (B) $f(x) = \begin{cases} 4x-x^2 \text{ se } x\leq 4 \\ 2-x \text{ se } x>4 \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} 4x-x^2 \text{ se } x>1 \\ 2-x \text{ se } x\leq 1 \end{cases}$ (D) $f(x) = \begin{cases} -x^2 \text{ se } x\leq 1 \\ -x \text{ se } x>1 \end{cases}$

(Prova Global ESAAS – 1ª chamada 2001)

8. O empregado de segurança de uma nova montanha russa, registou a altura A ao solo (em metros) de um vagão durante 7 segundos. A altura do vagão, ao fim de x segundos de viagem foi determinada por

$\boldsymbol{A}(x) = -x^3 + 11x^2 - 31x + 21$.

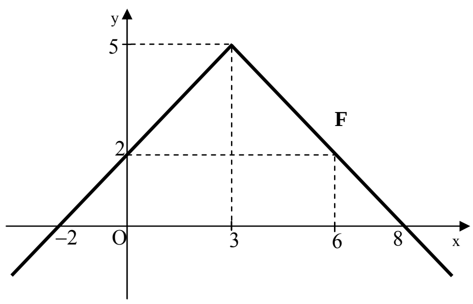
a) Qual é a altura do vagão ao fim de zero e 7 segundos?

b) Justifique, por meios analíticos, a igualdade $A(x) = (1-x)(7-x)(3-x)$.

c) O vagão passou por dentro de água (a altura ao solo é negativa). Quanto tempo durou essa experiência?

(Prova Global ESAAS – 1ª chamada 2001)

9. A representação gráfica da função F de domínio R está ilustrada ao lado.

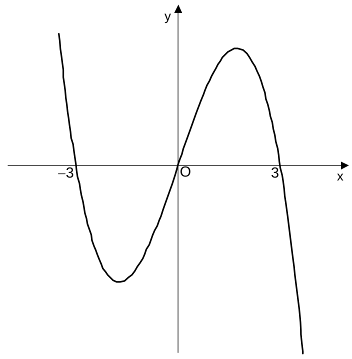


A condição $F(x) \leq 2$ tem por conjunto solução:

(A) $[0,6]$ (B) $]-\infty,0] \cup [3,+\infty[$
(C) $[-2,8]$ (D) $]-\infty,0] \cup [6,+\infty[$

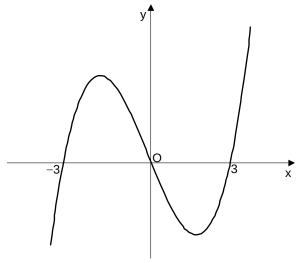
(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

10. A função polinomial g de domínio R tem a seguinte representação gráfica:

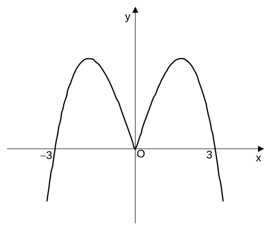


Qual das seguintes representações gráficas corresponde à função definida por $y = -g(x)$?

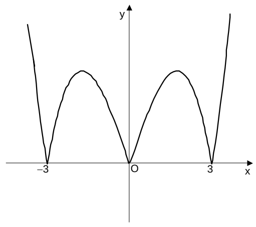
(A)



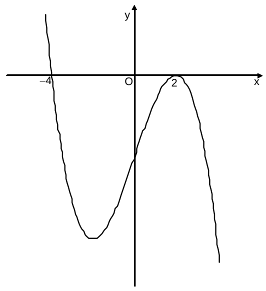
(B)



(C)



(D)



(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

11. Ao estudar as variações de temperatura de um certo metal, chegou-se à conclusão que, após x horas, a temperatura em graus Celsius foi dada por:

$$\mathrm{T}(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$$

em que $x \in [0,7]$

a) Qual foi a temperatura do metal 6 horas após o início da contagem?

b) Após quanto tempo se registou a temperatura mínima? Indique-a em horas e minutos.

c) Resolva, com a maior aproximação que o gráfico permitir, a condição $\mathrm{T}(x) \leq -15$ no intervalo $[0,7]$. Interprete a solução no contexto deste problema.

d) Utilizando <u>métodos exclusivamente analíticos</u>, mostre que $\mathrm{T}(x) = (x-1)(x^2-2x-15)$.

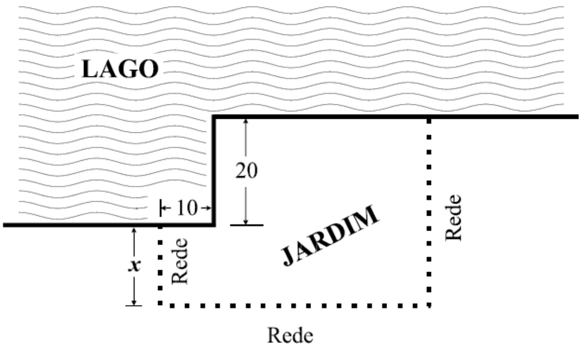
(Prova Global ESAAS – 2ª chamada 2001)

12. Em $\mathbb{R}$, qual das condições seguintes é equivalente à inequação $x^2 < 4$?

(A) $x < 2$ (B) $x < 4$ (C) $|x| < 2$ (D) $|x| < 4$

(Teste intermédio 2008)

13. Pretende-se construir um jardim junto a um lago, conforme a figura ilustra.



Três lados do jardim confinam com o lago e os outros três ficam definidos por uma rede. Pretende-se que lados consecutivos do jardim sejam sempre perpendiculares. As dimensões indicadas na figura estão expressas em metros. Tal como a figura mostra, *x* é a medida, em metros, de um dos lados do jardim. Vão ser utilizados, na sua totalidade, 100 metros de rede.

a) Mostre que a área, em m², do jardim, é dada, em função de *x*, por $a(x) = -2x^2 + 40x + 1400$

b) <u>Sem recorrer à calculadora</u>, determine o valor de *x* para o qual é máxima a área do jardim e determine essa área máxima.

(Teste intermédio 2008)

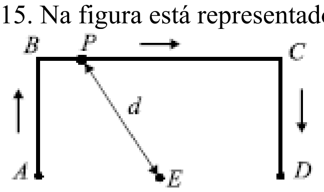
14. Seja *f* a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 14x$. Sabe-se que o gráfico de *f* intersecta o eixo *Ox* em apenas dois pontos. Um deles tem abcissa –2.

a) Decomponha o polinómio $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 14x$ num produto de três polinómios, sendo dois do primeiro grau e um do segundo grau.

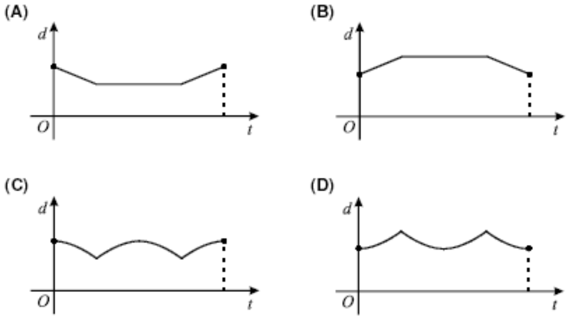
b) O contradomínio de *f* é um intervalo da forma [*a*,+∞[.
<u>Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora</u>, determine o valor de *a*, arredondado às décimas. Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico de *f* visualizado na calculadora, depois de ter escolhido uma janela que lhe permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema proposto. Assinale esse ponto no seu gráfico.

(Teste intermédio 2008)

15. Na figura está representado o trajecto de um ponto P.

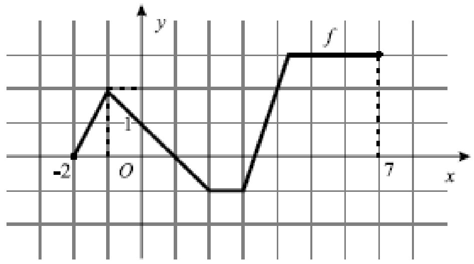


O ponto P iniciou o seu percurso em A e só parou em D, tendo passado por B e por C. Para cada posição do ponto P, seja *t* o tempo decorrido desde o início do percurso e seja *d* a distância do ponto P ao ponto E. Qual dos gráficos seguintes pode relacionar correctamente as variáveis *t* e *d* ?



(1.º teste intermédio 2009)

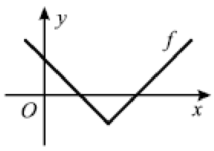
16. Na figura está representado, em referencial o.n. *xOy*, o gráfico de uma função *f*, de domínio [–2,7].



Indique o conjunto solução da condição *f*(*x*)<2. Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

(1.º teste intermédio 2009)

17. Na figura 2 está o gráfico de uma função, de domínio R, definida por $f(x) = |x - a| + b$ em que *a* e *b* designam dois números reais. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) $a > 0 \wedge b > 0$ (B) $a > 0 \wedge b < 0$
(C) $a < 0 \wedge b > 0$ (D) $a < 0 \wedge b < 0$

(2.º teste intermédio 2009)

18. Considere a função *g*, de domínio R, definida por $g(x) = |x| + 7$. Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $g(x) = 3$ (B) $g(x) = 5$ (C) $g(x) = 7$ (D) $g(x) = 9$

(2.º teste intermédio 2009)

19. Na figura 3 estão representadas, em referencial o.n. *xOy*, duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas, *f* e *g*. Os vértices das duas parábolas têm a mesma abcissa. A ordenada de um dos vértices é igual a 3 e a ordenada do outro vértice é igual a 4. Qual das expressões seguintes define a função *g*?

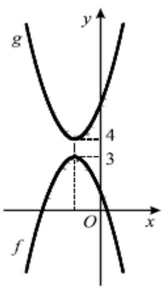


Figura 3

(A) $-f(x)+7$ (B) $-f(x)+1$

(C) $-[f(x)+1]$ (D) $-[f(x)+7]$

(2.º teste intermédio 2009)

20. Uma empresa de telecomunicações anuncia o seguinte plano de preços para as chamadas telefónicas feitas a partir de um telefone registado nessa empresa:

• 12 cêntimos pelo primeiro minuto de conversação (se a chamada durar menos de um minuto, o preço a pagar também é 12 cêntimos);

• 0,1 cêntimos por segundo, a partir do primeiro minuto. Por exemplo, se uma chamada durar um minuto e meio, o preço a pagar é 15 cêntimos (12 cêntimos pelo primeiro minuto, mais 0,1 cêntimos por cada um dos trinta segundos seguintes). Qual das expressões seguintes dá o preço a pagar, em cêntimos, por uma chamada feita a partir de um telefone registado nessa empresa, em função do tempo *t* de duração da chamada, medido em segundos?

(A) $\begin{cases} 12\,t & se\ t \leq 60 \\ 12+0{,}1\,(t-60) & se\ t > 60 \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} 12\,t & se\ t \leq 60 \\ 12+0{,}1\,t & se\ t > 60 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 12 & se\ t \leq 60 \\ 12+0{,}1\,(t-60) & se\ t > 60 \end{cases}$ **(D)** $\begin{cases} 12 & se\ t \leq 60 \\ 12+0{,}1\,t & se\ t > 60 \end{cases}$

(2.º teste intermédio 2009)

21. Na figura 5 está representada uma circunferência de centro O e que contém os pontos R, S e T. Um ponto P desloca-se ao longo do trajecto que a figura sugere: P inicia o percurso em R e termina-o em T, percorrendo, sucessivamente e sem parar, a corda [RS] e o arco ST. Para cada posição do ponto P, seja *t* o tempo decorrido desde o início do percurso e seja *d* a distância do ponto P ao ponto O. Apenas um dos gráficos a seguir representados pode relacionar correctamente as variáveis *t* e *d*

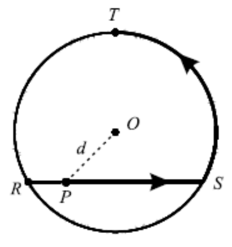
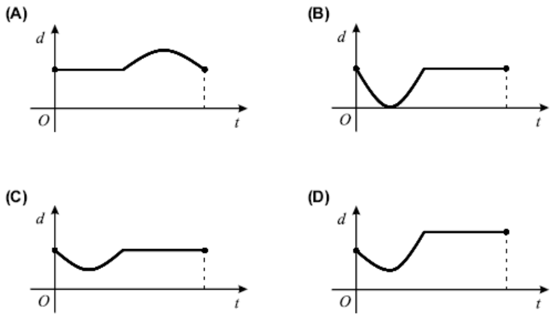


Figura 5



Numa pequena composição, indique o gráfico que pode relacionar correctamente as variáveis *t* e *d* e apresente, para cada um dos gráficos rejeitados, uma razão pela qual o considerou incorrecto.

(2.º teste intermédio 2009)

22. Na figura 6 está representado um rectângulo [ABCD]. Este rectângulo é o esboço de uma placa decorativa de 14 cm de comprimento por 10 cm de largura e que será constituída por uma parte em metal (representada a cinzento) e por uma parte em madeira (representada a branco).

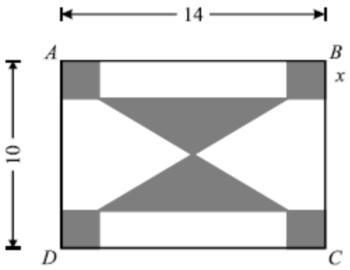


Figura 6

A parte em metal é formada por dois triângulos iguais e por quatro quadrados também iguais. Cada triângulo tem um vértice no centro do rectângulo [ABCD]. Seja *x* o lado de cada quadrado, medido em cm ($x \in]0,5[$). <u>Sem recorrer à calculadora</u>, resolva os três itens seguintes.

a) Mostre que a área, em cm^2, da parte em metal da placa decorativa é dada, em função de *x*, por

$$A(x) = 6x^2 - 24x + 70$$

b) Determine o valor de *x* para o qual a área da parte em metal é mínima e calcule essa área.

c) Determine o valor de *x* para o qual a área da parte em metal é igual à área da parte em madeira.

(2.º teste intermédio 2009)

23. Seja *f* a função, de domínio R, definida por

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$

a) <u>Sem recorrer à calculadora</u>, resolva a inequação $f(x)<0$, sabendo que um dos zeros de *f* é 4. Apresente o conjunto solução utilizando a notação de intervalos de números reais.

b) Sejam A e B os pontos do gráfico de *f* cujas abcissas são -3 e 0, respectivamente. A recta AB intersecta o gráfico de *f* em mais um ponto. Designemos esse ponto por C. Determine as coordenadas do ponto C, percorrendo as etapas indicadas a seguir:

• determine a equação reduzida da recta AB

• <u>recorrendo às capacidades gráficas da calculadora</u>, visualize o gráfico de *f* e a recta AB, escolhendo uma janela que lhe permita visualizar também o ponto C

• reproduza, na sua folha de prova, o que visualiza na calculadora, assinalando também os pontos A, B e C

• recorrendo à ferramenta adequada da calculadora, determine as coordenadas do ponto C e indique-as no gráfico que desenhou (as coordenadas do ponto C são números inteiros).

(2.º teste intermédio 2009)

24. Considere a função *g*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = |x| + 3$$

Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $g(x) = 1$ (B) $g(x) = 2$ (C) $g(x) = 3$ (D) $g(x) = 4$

(2.º teste intermédio 2010)

25. Sejam *a*, *b*, e *c* três números reais. Seja *f* a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$

Sabe-se que:

• $a > 0$

• a função *f* tem um único zero, que é o número real 5

Qual é o contradomínio de *f* ?

(A) $]-\infty,0]$ (B) $[0,+\infty[$ (C) $]-\infty,5]$ (D) $[5,+\infty[$

(2.º teste intermédio 2010)

26. Seja *f* a função cujo gráfico está representado na figura 1. Seja *h* a função definida por $h(x) = f(x-1) + 1$

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função *h*?

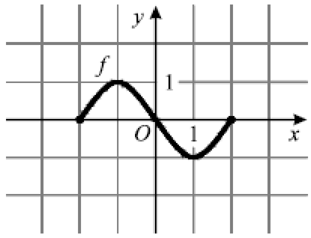
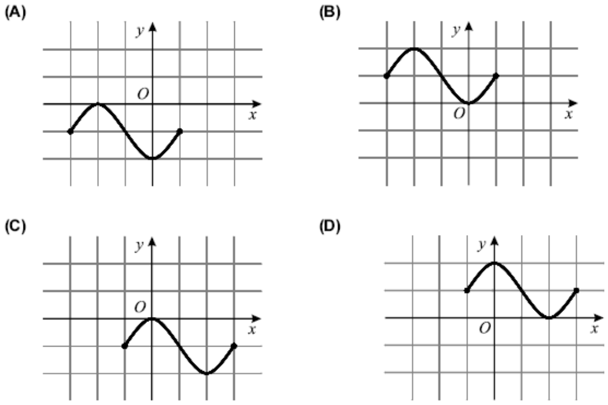


Figura 1



(2.º teste intermédio 2010)

27. Considere a função *g*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} x + \dfrac{1}{6} & se\ x \leq 1 \\ x + \dfrac{1}{2} & se\ x > 1 \end{cases}$$

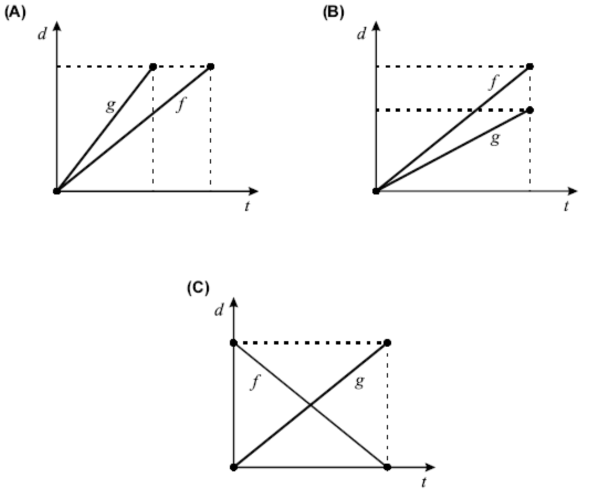
Qual é o valor de $g(\frac{2}{3})$?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{7}{6}$

(2.º teste intermédio 2010)

28. A Fernanda e a Gabriela são duas irmãs que frequentam a mesma escola. Certo dia, a Fernanda está em casa e a Gabriela está na escola. Num certo instante, a Fernanda sai de casa e vai para a escola e, no mesmo instante, a Gabriela sai da escola e vai para casa. Há um único caminho que liga a casa e a escola. Ambas fazem o percurso a pé e cada uma delas caminha a uma velocidade constante. Seja *f* a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Fernanda, *t* minutos depois de ter saído de casa (a contagem do tempo tem início quando a Fernanda sai de casa e termina quando ela chega à escola). Seja *g* a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Gabriela, *t* minutos depois de ter saído da escola (a contagem do tempo tem início quando a Gabriela sai da escola e termina quando ela chega a casa).

Indique em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções *f* e *g*. Numa pequena composição, apresente, para cada uma das outras duas opções, uma razão pela qual a rejeita.



(2.º teste intermédio 2010)

29. A figura 3 representa o projecto de um canteiro com a forma de um triângulo isósceles ($\overline{AC} = \overline{BC}$). Nesse triângulo, a base [*AB*] e a altura relativa a esta base medem ambas 12 metros. O canteiro vai ter uma zona rectangular, destinada à plantação de flores, e uma zona relvada, representada a sombreado na figura. O lado [*DG*] do rectângulo está contido em [*AB*] e os vértices *E* e *F* pertencem, respectivamente, a [*AC*] e a [*BC*].

Seja *x* a distância, em metros, do ponto *A* ao ponto *D* ($x \in]0,6[$).

Resolva os três itens seguintes, <u>usando exclusivamente métodos analíticos</u>.

<u>Nota</u>: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

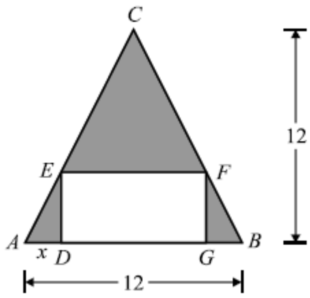


Figura 3

a) Mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de *B*, por

$S(x) = 4x^2 - 24x + 72$

b) Determine o valor de *x* para o qual a área da zona relvada é mínima e calcule essa área.

c) Determine o conjunto dos valores de *x* para os quais a área da zona relvada é superior a 40m^2. Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

(2.º teste intermédio 2010)

30. Seja *f* a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$f(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

a) O gráfico da função *f* intersecta o eixo das abcissas em quatro pontos. Designemos esses quatro pontos por *A*, *B*, *C* e *D*, sendo *A* o que tem menor abcissa e sendo *D* o que tem maior abcissa. O ponto *A* tem abcissa –3 e o ponto *C* tem abcissa 1. Seja *E* o ponto de intersecção do gráfico da função *f* com o eixo das ordenadas. Determine a área do triângulo [*BED*], <u>sem recorrer à calculadora</u>.

b) O contradomínio de f é um intervalo da forma $[a,+\infty[$. Determine o valor de a, arredondado às décimas, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora. Obtenha o gráfico de f numa janela que lhe permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema.
Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico visualizado e assinale, nesse gráfico, o ponto relevante para a resolução do problema.

(2.º teste intermédio 2010)

31. Na Figura 1, está representada uma roda gigante de um parque de diversões. Um grupo de amigos foi andar nessa roda. Depois de todos estarem sentados nas cadeiras, a roda começou a girar. Uma das raparigas, a Beatriz, ficou sentada na cadeira número 1, que estava na posição indicada na Figura 1, quando a roda começou a girar. A roda gira no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio e demora um minuto a dar uma volta completa. Seja d a função que dá a distância da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda ter começado a girar. Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função d ?

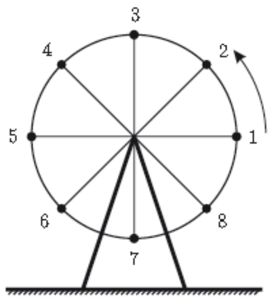
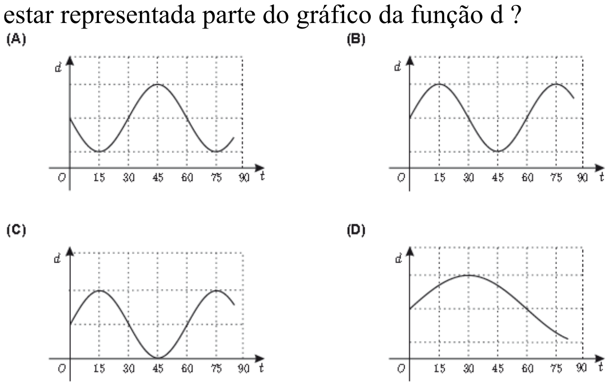


Figura 1



(Teste intermédio 2011)

32. Uma piscina tem a forma de um paralelepípedo rectângulo. Essa piscina tem dez metros de comprimento e seis metros de largura. Num certo dia, às 9 horas da manhã, começou a encher-se a piscina, que estava vazia.
A altura, h , em metros, da água na piscina, t horas depois das 9 horas desse dia, é dada por $h(t) = 0{,}3\ t$. A piscina esteve a encher ininterruptamente até às 14 horas desse dia. Quantos litros de água havia na piscina às 14 horas?
(A) 72 000 (B) 78 000 (C) 84 000 (D) 90 000

(Teste intermédio 2011)

33. Na Figura 4, está representado, em referencial o.n. xOy, o gráfico de uma função f de domínio $[-5, 6]$

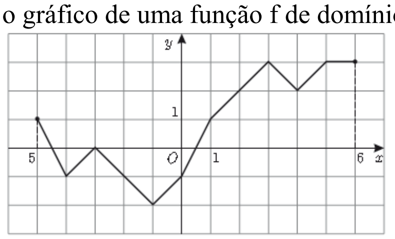


Figura 4

a) Qual é o contradomínio de f ?
b) Indique todos os números reais cujas imagens, por meio de f , são iguais a -1
c) Indique o conjunto solução da condição $f(x) > 2$
Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

(Teste intermédio 2011)

34. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = x^4 + 2x^3 - 1$. O gráfico da função g , num referencial o.n. xOy, intersecta a recta de equação $y = 3$ em dois pontos. Sejam A e B esses dois pontos, sendo o ponto A o que tem menor abcissa. Determine a área do triângulo [AOB] , recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora. Apresente o resultado arredondado às décimas. Na sua resposta deve:
• reproduzir, num referencial, a parte do gráfico da função g que visualizou na sua calculadora;
• representar, no mesmo referencial, o triângulo [AOB]
• indicar as abcissas dos pontos A e B, arredondadas às centésimas;
• apresentar a área do triângulo [AOB], com o arredondamento pedido.

(Teste intermédio 2011)

35. Na Figura 5, está representada, em referencial o.n. xOy, a recta r, definida pela equação $y = 2x - 2$
Tal como a figura sugere, A e B são os pontos de coordenadas (1, 0) e (6, 0), respectivamente, e C é o ponto da recta r de abcissa 6
Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento de recta [AC], nunca coincidindo com o ponto A, nem com o ponto C. A cada posição do ponto P corresponde um rectângulo em que uma das diagonais é o segmento [BP] e em que um dos lados está contido no eixo Ox. Seja x a abcissa do ponto P ($x\in]1,6[$). Resolva os dois itens seguintes, usando exclusivamente métodos analíticos.

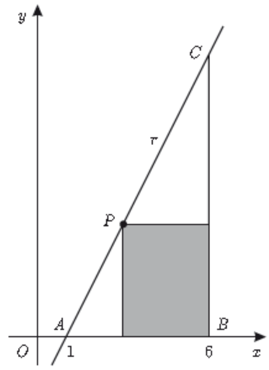


Figura 5

Nota – A calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.
a) Mostre que a área do rectângulo é dada, em função de x, por $S(x) = -2x^2 + 14x - 12$
b) Determine os valores de x para os quais a área do rectângulo é inferior a 8. Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

(Teste intermédio 2011)

36. Na Figura 2, estão representadas graficamente as funções f e g, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por $f(x) = x^2$ e $g(x) = |x|$ Qual dos conjuntos seguintes é o conjunto solução da inequação $f(x) < g(x)$?

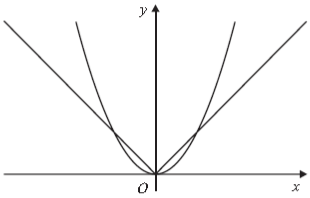


Figura 2

(A) $]-1,0[\cup]0,1[$ (B) $]-1,0[\cup]0,+\infty[$
(C) $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ (D) $]-\infty,-1[\cup]0,1[$

(Teste intermédio 2012)

37. Na Figura 3, estão representadas, num referencial o.n. xOy, duas semirretas de origem no ponto de coordenadas (-1, 0), cuja união é o gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$.

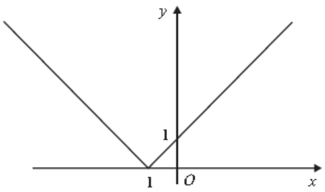


Figura 3

Uma das semirretas intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 1. Qual das expressões seguintes pode definir a função h ?

(A) $h(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{se } x < 0 \\ x+1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ (B) $h(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{se } x < 0 \\ x-1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

(C) $h(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{se } x < -1 \\ x-1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$ (D) $h(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{se } x < -1 \\ x+1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$

(Teste intermédio 2012)

38. Na Figura 4, está representado, num referencial o. n. xOy, o gráfico de uma função f, de domínio $]-2,2[$
Figura 4

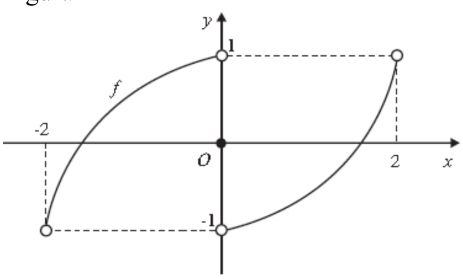


Figura 4

Em qual das opções seguintes estão três afirmações verdadeiras acerca da função f?

(A)
• Tem três zeros.
• Não tem máximos nem mínimos.
• Não é par.

(B)
• Tem exatamente dois zeros.
• Não tem máximos nem mínimos.
• É crescente no seu domínio.

(C)
• Tem máximo e tem mínimo.
• É crescente no seu domínio.
• O contradomínio é $]-1,1[$

(D)
• É par.
• Tem exatamente dois zeros.
• O contradomínio é $]-1,1[$

(Teste intermédio 2012)

39. Na Figura 9, está representada, num referencial o.n. xOy , parte da parábola que é o gráfico de uma função f. Sabe-se que:
• a parábola intersecta o eixo Oy no ponto de coordenadas (0, 1)
• o ponto V, vértice da parábola, tem coordenadas (2, -1)

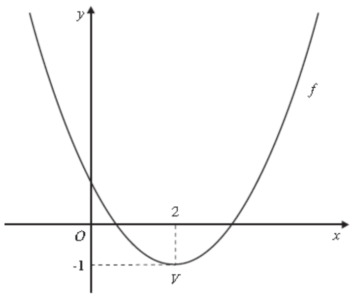


Figura 9

a) Sejam g, h e j as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por $g(x) = -f(x)$, $h(x) = f(x) + 3$ e $j(x) = f(x-1)$
Indique os contradomínios das funções f, g, h e j
Nota – Não necessita de apresentar cálculos.
3.2. A função f pode ser definida por uma expressão do tipo $f(x) = a(x - \text{h})^2 + \text{k}$, onde a, h e k são números reais. Indique o valor de h e o valor de k, e determine o valor de a

(Teste intermédio 2012)

40. Na Figura 10, estão representadas, num referencial o.n. xOy , as retas r e t. Os pontos A e B são, respetivamente, os pontos de intersecção das retas r e t com o eixo Ox. O ponto C é o ponto de intersecção das retas r e t. Sabe-se que:
• a reta r é definida pela equação x = -1
• a reta t é definida pela equação y = -2x + 8

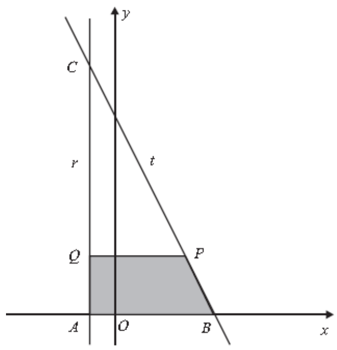
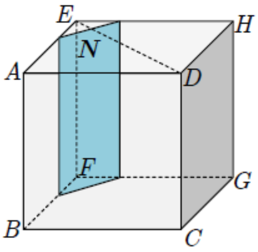


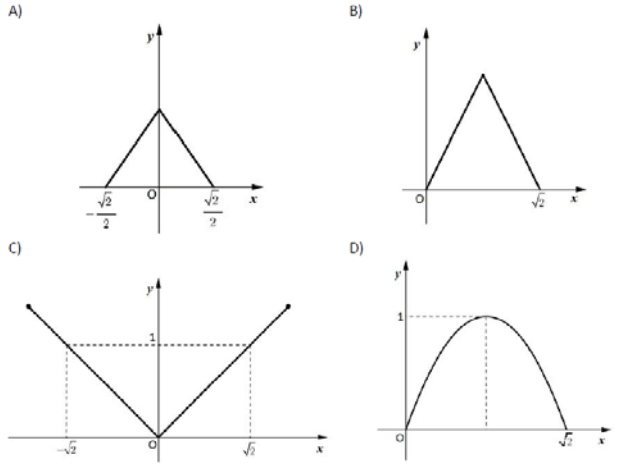
Figura 10

Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento de reta [BC], nunca coincidindo com o ponto B, nem com o ponto C, e que um ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta [AC], acompanhando o movimento do ponto P, de forma que a ordenada do ponto Q seja sempre igual à ordenada do ponto P. Seja x a abcissa do ponto P. Resolva os dois itens seguintes, <u>usando exclusivamente métodos analíticos</u>.
a) Mostre que a área do trapézio [ABPQ] é dada, em função de x, por $S(x) = -x^2 - 2x + 24$ ($x \in]-1,4[$)
b) Determine os valores de x para os quais a área do trapézio [ABPQ] é superior a 21
Apresente a sua resposta na forma de um intervalo de números reais.

(Teste intermédio 2012)

41. Na figura, está representado o cubo [ABCDEFGH], cuja aresta tem 1 cm de comprimento. Considere que um ponto N se desloca ao longo da diagonal facial [ED], desde o ponto E até ao ponto D. A cada posição do ponto N corresponde uma secção produzida no cubo pelo plano que passa por N e é perpendicular à aresta [ED]. Seja h a função que a cada x, distância do ponto N ao ponto E, faz corresponder a área da secção produzida no cubo. Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função h?





(Teste intermédio ESFF 2013)

42. Uma função f é definida por uma expressão do tipo $f(x) = a(x-2)^2 + k$, com $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e $k \in \mathbb{R}$.

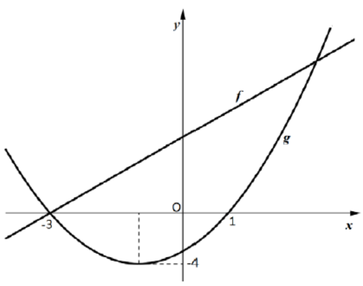
A função f é <u>sempre positiva</u> se:

A) $a > 0$ e $k > 0$ B) a e k têm sinais contrários.

C) $a > 0$ e $k \geq 0$ D) a e k têm o mesmo sinal.

(Teste intermédio ESFF 2013)

43. No referencial da figura estão representadas as funções f e g, respetivamente, função afim e função quadrática.



Sabe-se que:

- a função f é definida por f(x)=2x+6;
- a parábola interseta o eixo Ox nos pontos de coordenadas (–3, 0) e (1, 0);
- –4 é extremo da função g.

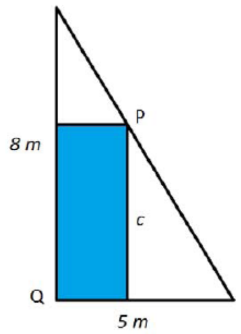
a) Prove que a função g é definida por $g(x)=x^2 + 2x - 3$

b) Determine o conjunto solução da condição

$f(x) \times g(x) < 0$

(Teste intermédio ESFF 2013)

43. O Alberto possui um barco à vela. A vela que o equipa tem a forma de um triângulo retângulo cujos catetos medem 8 e 5 metros. Para que esta vela se veja ao longe, ele decidiu colocar-lhe no interior um retângulo. O Alberto fez o esquema da vela que está representado na figura.



Sabe-se que:

- c é a altura do retângulo, medida em metros;
- os pontos P e Q são dois vértices do retângulo;
- P é o ponto de interseção do retângulo com o segmento que representa a hipotenusa do triângulo;
- o ponto Q é um dos vértices do triângulo.

Durante o seu estudo, e antes de se decidir sobre as dimensões do retângulo final, o Alberto considerou várias posições para o ponto P, deslocando-o ao longo do segmento que representa a hipotenusa do triângulo, sem nunca coincidir com os extremos. A cada posição do ponto P corresponde um retângulo. <u>Sem recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, resolva os dois itens seguintes</u>.

Nota – a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

a) Mostre que a área, em metros quadrados, de qualquer dos retângulos é dada, em função de c, por

$$A(c) = -\frac{5}{8}c^2 + 5c \quad (c \in]0, 8[)$$

b) Qual é a altura do retângulo cuja área é máxima? Qual é o valor dessa área?

(Teste intermédio ESFF 2013)

44. Considere o polinómio

$$p(x) = -2x^3 - 9x^2 + 8x + 15$$

a) <u>Resolva os dois itens seguintes recorrendo a métodos exclusivamente analíticos</u>.

a_1) Mostre que –5 é uma raiz de p(x).

a_2) Determine as outras raízes do polinómio e decomponha-o, se possível, num produto de fatores de grau não superior ao primeiro.

b) <u>Utilize as capacidades gráficas da sua calculadora</u> para responder à questão seguinte.

A equação p(x)=5x+2 tem exatamente três soluções. Determine essas soluções com aproximação às décimas.

Na sua resposta deve:

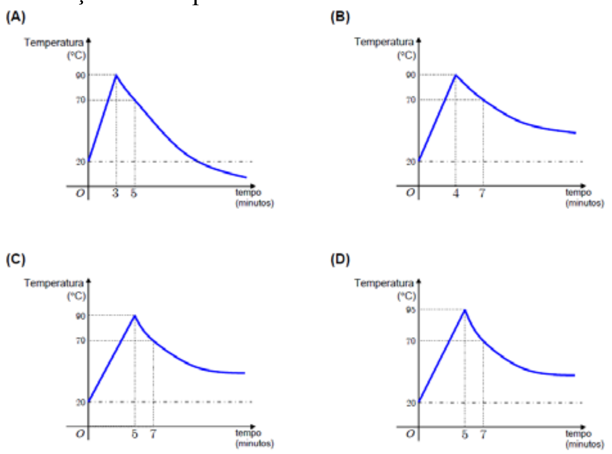
- reproduzir, num referencial, a parte do(s) gráfico(s) que tiver necessidade de visualizar na sua calculadora;
- indicar as coordenadas dos pontos relevantes para a sua resposta, arredondadas às décimas.

(Teste intermédio ESFF 2013)

45. A Rosália fez uma experiência na sua cozinha que consistiu em aquecer ao lume uma certa quantidade de água, durante algum tempo; passado este tempo, ela apagou o lume e deixou a água a arrefecer.
Sabe-se que:
• a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, era igual à temperatura ambiente (que é de 20 graus Celsius na cozinha da Rosália);

• quando apagou o lume, a temperatura da água era de 90 graus Celsius;
• dois minutos depois de ter apagado o lume, a temperatura da água era de 70 graus Celsius;

• depois de a Rosália ter apagado o lume, a temperatura da água tendeu, com o passar do tempo, a igualar a temperatura ambiente.
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função que dá a temperatura da água em função do tempo?



(Teste intermédio ESFF 2014)

46. Considere, num referencial o.n. xOy, a função real de variável real f cujo gráfico é o da Figura 4.

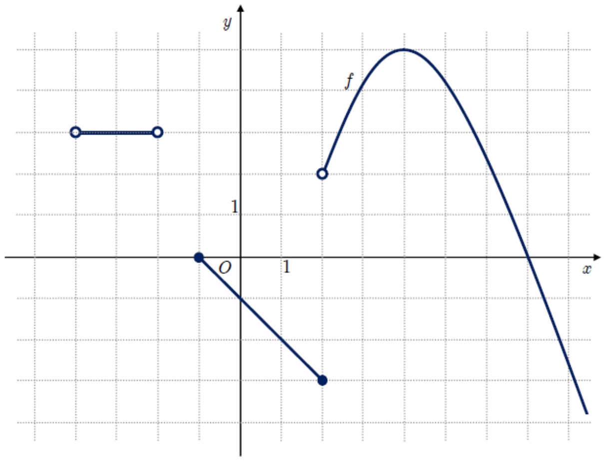


Figura 4

a) Indique:
a_1) o domínio e o contradomínio da função f ;
a_2) os valores de x que verificam a condição $f(x) = 0$;
a_3) um intervalo de valores reais onde a função f seja, simultaneamente, positiva e decrescente.
b) Usando a notação de intervalos de números reais, apresente o conjunto solução da seguinte condição:
$f(x) \times f(1) \geq 0$

(Teste intermédio ESFF 2014)

47. Atendendo às condicionantes dos transportes e do poder de compra dos consumidores, o gerente de uma loja estima que, se vender x dezenas de mochilas de uma marca nova, irá gerar um lucro, em euros, de acordo com função f definida por $f(x) = -15x^2 + 300x + 1100$, para $x \in [2, 20]$. Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos.
Nota: a calculadora pode ser usada em cálculos numéricos.
a) Calcule, em euros, o lucro máximo que o gerente espera ganhar com a venda das mochilas.
b) Determine o conjunto de valores de x para os quais o lucro é inferior ou igual a 2060 euros. Apresente a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais e interprete-a no contexto do problema.

(Teste intermédio ESFF 2014)

Soluções: 1. B 2. D 3. A 4. D 5. B 6. A 7. B e C 8. 21 e 0; 2´´ 9. A 10. A
11. 45°C; [2;4,405] 12. C 13. 10 e 1600 14. $x(x+2)(x^2-5x+7)$; –13,9 15. D 16. [-2,-1]∪]-1,4[
17. B 18. D 19. A 20. C 21. C 22. 2 e 46; 4 23.]-∞,-2[∪]1,4[; (6,80) 24. D 25. B 26. D
27.C 28. A 29. 3 e 36;]0,2[∪]4,6[30. 9; -12,9 31. B 32. D 33. [-2,3]; -4, -2 e 0;]2,4[∪]4,6]
34. 5,1 35.]1,2[∪]5,6[36. A 37. D 38. A 39. [–1,+∞[, [–∞,1[,[2,+∞[, [–1,+∞[; 2 e –1 e ½ 40.]–1,1[
41. B 42. A 43.]–∞,–3[∪]–3,1[43. 4 e 10 44. p(x)=-2(x+5)(x+1)(x-3/2); -4,5 e -1,2 e 1,2 45. C
46.]-4,-2[∪]-1,+∞[e]-∞,5]; -1 e 7; [-1,2]∪[7,+∞[47. 2600; [2,4]∪[16,20]

O professor: RobertOliveira
Internet: http://roliveira.pt.to