

6.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 6

3.º Período

04/06/14

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

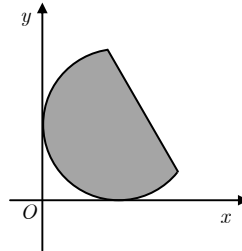
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy , uma zona a sombreado.

Qual das condições pode definir, em \mathbb{R}^2 , essa zona (incluindo a fronteira)?

- (A) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \wedge y \leq -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$
 (B) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \wedge y \leq \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$
 (C) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 \leq 4 \wedge y \leq -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$
 (D) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 \leq 4 \wedge y \leq \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$



2. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(1,2,3)$ e $B(-2,2,2)$ e o vetor $\vec{u}(4, 0, 3)$

Quais são as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AB} + 2\vec{u}$?

- (A) $(-7,5,0)$ (B) $(-7,0,5)$ (C) $(5,0,5)$ (D) $(5,5,0)$

3. Em 2010, um corredor de fundo percorria, semanalmente, 100 quilómetros; em 2013, esse mesmo corredor percorria 130 quilómetros.

Sabendo que a relação entre o tempo e a distância percorrida é dada por uma função afim, quantos quilómetros semanais são de esperar que o atleta percorra em 2019?

- (A) 190 (B) 200 (C) 210 (D) 220

4. De uma função f de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- f é crescente em $]-\infty, 2]$ e é decrescente em $[2, +\infty[$
- um dos zeros de f é positivo e o outro é negativo

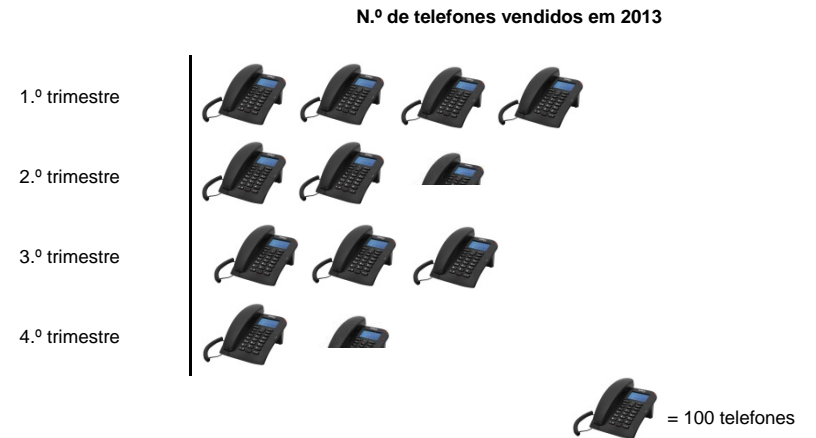
Qual, das expressões seguintes, aquela que pode definir a função f ?

- (A) $y = -2|x - 3| + 7$ (B) $y = -2|x - 2| + 5$
 (C) $y = -3|x - 3| + 7$ (D) $y = -3|x - 2| + 5$

5. “Telefones não existiam e faziam muita falta. Para se combinar um encontro, o mais comum era antecipá-lo de um primeiro encontro. Caso contrário, ia-se ao acaso, poderia ou não encontrar-se o interlocutor procurado.”

CAFUNÉ, Mário Zambujal

O número de telefones vendidos por uma empresa em 2013 pode ser dado pelo pictograma a seguir.



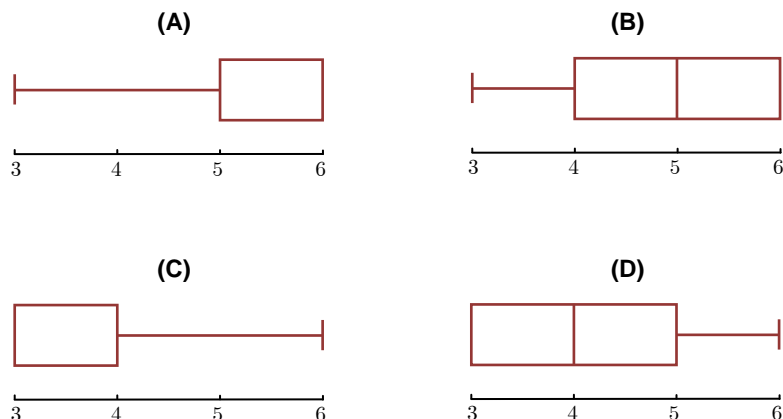
Quantos telefones podem ter sido vendidos por essa empresa em 2013?

- (A) 990 (B) 1110 (C) 1210 (D) 1290

6. A tabela ao lado indica o número de participações nas Olimpíadas Internacionais de Matemática (até 2013) dos 93 alunos do quadro de honra.

N.º de participações	3	4	5	6
N.º de alunos	64	19	9	1

Dos gráficos de extremos e quartis seguintes, qual é o que representa o número de participações em função do número de alunos?



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Para a Festa da Flor, vai ser construído um tapete floral de forma retangular (a sombreado), inserido numa zona também ela retangular com as dimensões 20 por 10 metros, conforme ilustra a figura.

Tal como a figura mostra, x é a medida, em metros, do lado maior do tapete e o outro lado dista $\frac{x}{3}$ metros do retângulo maior.

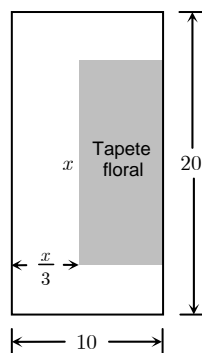
Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), determine, em metros quadrados, a área máxima do tapete.

Percorra os seguintes passos:

- mostre que a área, em metros quadrados, do tapete floral, é dada, em função de x , por

$$A(x) = 10x - \frac{x^2}{3}$$

- determine o valor de x que maximiza a área do tapete;
- calcule a área pedida.



2. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 2 + x + x^2 - x^3$

Resolva os itens 2.1. e 2.2. **sem recorrer à calculadora.**

- 2.1. Resolva a inequação $f(x) > 0$, sabendo que o ponto de coordenadas (2,0) pertence ao gráfico de f .
Apresente o conjunto solução utilizando a notação de intervalos de números reais.
- 2.2. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = f(x) - x^2 + 4x - 2$.
Sabendo que g é divisível pelo monómio $x - k$, determine o(s) valor(es) de k .
- 2.3. Considere agora, num referencial xOy , o triângulo retângulo $[OPQ]$ em que:
- O ponto P pertence ao gráfico de f e tem ordenada 1,5
 - O ponto Q pertence ao eixo Ox e tem a mesma abcissa que P
- Recorrendo à calculadora gráfica, determine a área do triângulo $[OPQ]$.
Na sua resposta deve:
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
 - desenhar o triângulo $[OPQ]$
 - indicar as coordenadas relevantes de pontos com arredondamento às centésimas;
 - calcular a área do triângulo $[OPQ]$ com arredondamento às décimas.

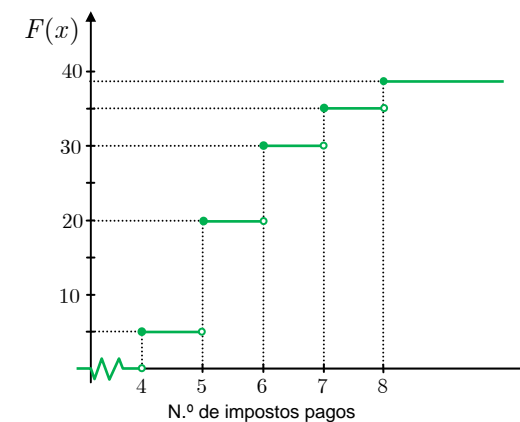
3. “Calcula-se que lhes subtraíam uns vinte por cento dos lucros e nem os consolaria se adivinhassem que, mais de duzentos anos depois, o Estado, entre ierriesses, ivas, imis e um carrossel de taxas, puniria mais severamente qualquer português mediano.”

CAFUNÉ, Mário Zambujal

Como é do conhecimento geral, o Estado português cobra muitos impostos. Para se ter uma pequena ideia da dimensão, fez-se uma sondagem junto de várias pessoas num centro comercial sobre o total de impostos pago por cada uma (IRS, IVA, IMI, etc.), tendo-se apresentado as conclusões no gráfico da função cumulativa ao lado.

Das afirmações seguintes, indique as verdadeiras e as falsas, justificando o seu raciocínio.

- Nesta sondagem, foram inquiridas 40 pessoas.
- A moda desta distribuição é igual a 8
- 20% das pessoas inquiridas pagam 5 impostos.
- 35 das pessoas inquiridas pagam, no máximo, 7 impostos.
- A mediana desta distribuição é igual a 6
- A amplitude desta distribuição é igual a 12



4. A final da Euroliga de 2014 opôs as equipas de basquetebol do Real Madrid e do Maccabi Telavive. Foram utilizados 20 jogadores ao todo, sendo o tempo de jogo (em minutos) organizado segundo a seguinte tabela:

Tempo de jogo (classes)	Marca da classe (x_i)	N.º de jogadores (n_i)	N_i
[0,7[3	
[7,14[4	
[14,21[2	
[21,28[2	
[28,35[5	
[35,42[4	

- 4.1. Indique a população em estudo e a variável estatística.
- 4.2. Complete a tabela anterior.
- 4.3. Determine o desvio-padrão desta distribuição, com duas casas decimais, utilizando a seguinte fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(n_i \times x_i^2)}{N} - \bar{x}^2}$$

Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

5. Usando 8 capacetes para bicicletas, relacionou-se o preço p de cada um (em euros) com a sua massa m (em gramas), de acordo com o diagrama de dispersão do lado.

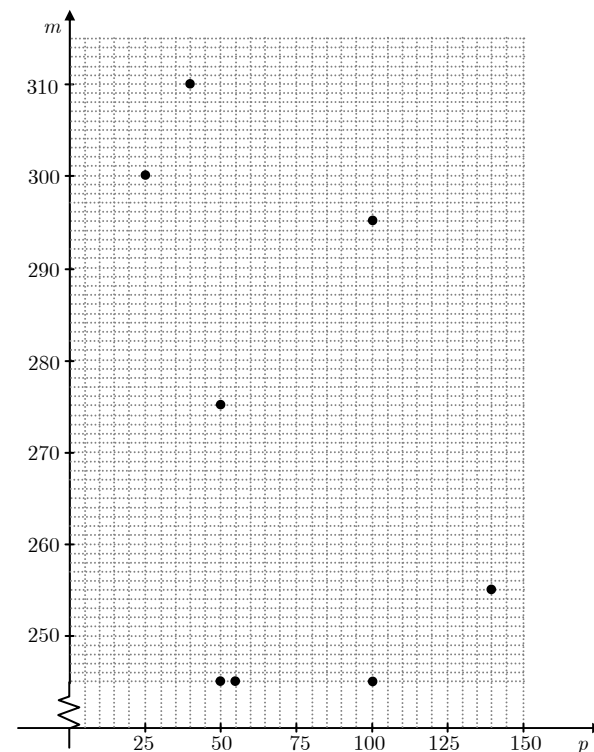
- 5.1. Determine as coordenadas do centro de gravidade da nuvem de pontos representada.

Se usar as potencialidades da calculadora gráfica, explique como procedeu.

- 5.2. Dos seguintes valores, qual pode ser o do coeficiente de correlação desta distribuição?

Justifique a resposta no contexto do problema.

- (A) -0,9
 (B) -0,4
 (C) 0,4
 (D) 0,9



FIM

COTAÇÕES

Grupo I (30 pontos)	Cada resposta certa: 5	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	------------------------	---

Grupo II (170 pontos)	1.....20	2.....55	3.....20	4.....50	5.....25
		2.1.....20		4.1.....10	5.1.....15
		2.2.....20		4.2.....20	5.2.....10
		2.3.....15		4.3.....20	