

**Grupo I**

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

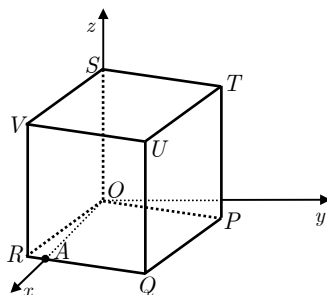
1. “Uma marmíta metálica cheia de um guisado rosa-acinzentado, um naco de pão, um cubo de queijo, uma caneca de café Vitória, sem leite, e uma pastilha de sacarina.”

1984, George Orwell

Na figura do lado está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo  $[OPQRSTUV]$ , sendo que a base  $[OPQR]$  está contida no plano  $xOy$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao eixo  $Ox$  e à aresta  $[RQ]$  e tem coordenadas  $(\frac{10}{3}, 0, 0)$ ;
- o vector  $\overrightarrow{PA}$  tem coordenadas  $(\frac{7}{3}, -3, 0)$ .



Qual é o volume do cubo?

- (A)  $10\sqrt{10}$       (B)  $11\sqrt{11}$       (C)  $12\sqrt{12}$       (D)  $13\sqrt{13}$

2. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência de equação

$$x^2 + y^2 + 6y + 7 = 0.$$

Qual das seguintes é a equação da recta que passa no centro da circunferência e tem declive 5?

- (A)  $(x, y) = (1, -3) + k(1, 5), k \in \mathbb{R}$       (B)  $y = 5x + 3$   
 (C)  $(x, y) = (0, -3) + k(2, 10), k \in \mathbb{R}$       (D)  $y + 5x + 3 = 0$

3. Considere a função definida por  $f(x) = ax^2 + bx$ , em que  $a < 0$  e  $b \neq 0$ .

Qual pode ser o contradomínio de  $f$ ?

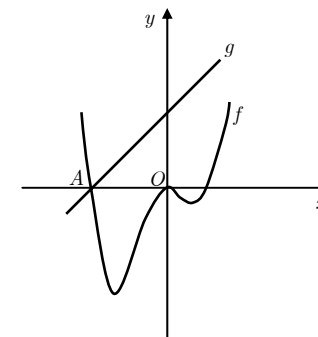
- (A)  $] -\infty, -1]$       (B)  $] -\infty, 1]$       (C)  $] -\infty, 0]$       (D)  $[1, +\infty[$

4. No referencial o.n.  $xOy$  da figura estão partes dos gráficos das funções  $f$  e  $g$ . Sabe-se que:

- $f(x)$  representa um polinómio do quarto grau e é tal que 0 é uma raiz dupla;
- a recta representativa do gráfico de  $g$  é paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares;
- o ponto  $A$  pertence a ambos os gráficos e tem de coordenadas  $(-2, 0)$ .

Qual pode ser a expressão analítica da função definida por  $\frac{f(x)}{g(x)}$ ?

- (A)  $x^3 - 2x^2$       (B)  $x^3 - x^2$       (C)  $x^3 + x^2$       (D)  $x^3 + 2x^2$



5. É dada a seguinte distribuição por ordem crescente de dados:

$$2 \quad y \quad 7 \quad 8 \quad 8 \quad z \quad 10$$

Sabe-se que a média desta distribuição é igual a 7 e a moda igual a 8.

Quais são, respectivamente, os valores de  $y$  e  $z$ ?

- (A) 7 e 9      (B) 6 e 7      (C) 7 e 8      (D) 6 e 8

### Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

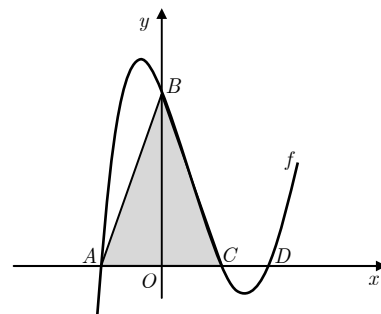
1. Dados os números reais  $a$  e  $b$ , seja  $f$  a função de domínio  $\mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 14$$

Sem recorrer à calculadora, resolva os dois itens seguintes:

- 1.1. Admita que  $a = -2$  e  $b = -1$ . Determine o conjunto dos valores  $x$  para os quais a função  $f$  é superior a 14. Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

- 1.2. Na figura ao lado está, num referencial normado  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f$  e também o triângulo **isósceles**  $[ABC]$ . Tal como a figura sugere:



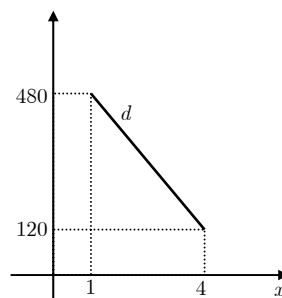
- Os pontos  $A$ ,  $C$  e  $D$  pertencem ao gráfico de  $f$  e ao eixo  $Ox$
- O ponto  $B$  pertence ao gráfico de  $f$  e ao eixo  $Oy$

Sabendo que a área do triângulo  $[ABC]$  é igual a 28, determine a abscissa do ponto  $D$ .

2. Um vendedor de gelados estima que, se o preço  $x$  por cada litro de gelado estiver compreendido entre 1 e 4 euros (inclusive), ele venderá  $v(x)$  litros de gelado, sendo:

$$v(x) = -10x^2 + 20x + 150$$

- 2.1. Ao lado está o gráfico da função  $d$ , de domínio  $[1,4]$ , que representa as despesas do vendedor em função do preço  $x$  por cada litro de gelado. Tal como a figura sugere, os pontos  $(1,480)$  e  $(4,120)$  pertencem ao gráfico de  $d$ . Mostre que o lucro  $l$  do vendedor de gelados, em função do preço  $x$  por cada litro vendido, é dado pela função, também de domínio  $[1,4]$ , definida por



$$l(x) = -10x^3 + 20x^2 + 270x - 600$$

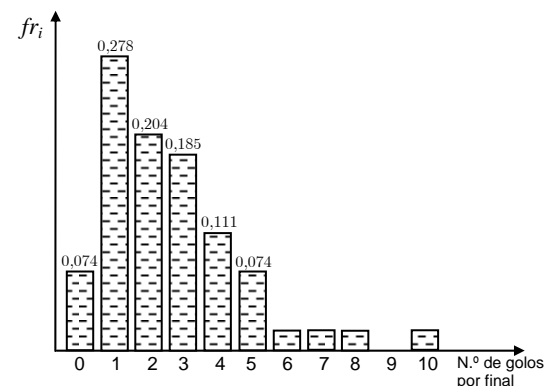
**Nota:** tenha em atenção que os lucros são dados pela diferença entre as receitas do vendedor e as suas despesas.

- 2.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, resolva o seguinte problema:

Entre que valores deve variar o preço por litro de gelado de modo que o vendedor não tenha prejuízo e consiga obter o lucro máximo?

Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico visualizado e assinale, nesse gráfico, as abscissas relevantes dos pontos para a resolução do problema. Apresente as respostas em euros, arredondado às centésimas.

3. No próximo sábado dia 22 de Maio, vai disputar-se mais uma final da Liga dos Campeões Europeus de Futebol. O gráfico seguinte representa as frequências relativas do número de golos em cada uma das 54 finais disputadas até agora das Taças dos Campeões Europeus/Liga dos Campeões Europeus.



Como se pode observar, foram marcados entre 0 e 10 golos em todas as finais mas nunca houve uma final com 9 golos (sem contar com as grandes penalidades em caso de empate).

- Qual é a moda desta distribuição? Interprete-a no contexto desta distribuição.
- Em quantas finais (aproximadamente) se marcaram, no máximo, 5 golos?
- Determine a percentagem de finais onde se marcaram 6 golos, apresentando o resultado arredondado às centésimas.
- Sem usar a calculadora** (excepto para eventuais cálculos numéricos), determine (arredondado às décimas) quantos golos, em média, foram marcados em cada final.

4. Na tabela seguinte estão oito das dez mais longas grutas do mundo:

Nome e local	Comprimento (em quilómetros)
<i>Mammoth Cave System</i> , Kentucky (EUA)	590,629
<i>Optymistychna</i> , Ternopil (Ucrânia)	230,140
<i>Wind Cave</i> , South Dakota (EUA)	214,429
<i>Lechuguilla Cave</i> , New Mexico (EUA)	206,946
<i>Hoelloch</i> , Schwiz (Suíça)	195,914
<i>Fisher Ridge Cave System</i> , Kentucky (EUA)	182,067
<i>Sistema Sac Actun Chich</i> , Quintana Roo (México)	175,721
<i>Gua Air Jernih</i> , Sarawak (Malásia)	175,664

4.1. Juntam-se à lista outras duas grutas do “top-ten”: *Jewel Cave* em South Dakota (EUA) com 241,595 km e *Sistema Ox Bel Ha* em Quintana Roo (México) com 180,038 km.

Tendo em conta o primeiro conjunto de dados (8 grutas) e o segundo com todas as 10 grutas, houve alteração da mediana da distribuição? Justifique a resposta sem calcular a mediana.

4.2. Sendo  $\bar{x}$  a média da distribuição de todas as 10 grutas e  $s$  o seu desvio padrão, determine a percentagem de grutas existentes no intervalo  $]\bar{x} + s, 600[$ . Nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

FIM

## COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....40	2.....34	3.....52	4.....24
	1.1.....20	2.1.....17	3.1.....11	4.1.....11
	1.2.....20	2.2.....17	3.2.....13	4.2.....13
			3.3.....13	
			3.4.....15	