

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correcta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , seja  $(x, y, z) = (2, 3, 4) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$  a condição de uma reta  $r$

Qual das condições seguintes pode também representar a reta  $r$ ?

- (A)  $x = 2 \wedge y = 3$                       (B)  $x = 2 \wedge z = 4$   
 (C)  $x = 1$                                       (D)  $y = 3 \wedge z = 4$

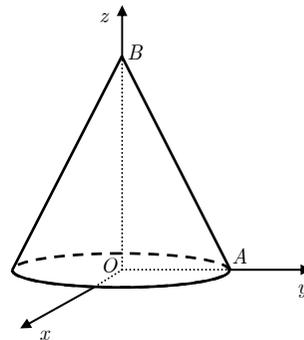
2. Considere o cone no referencial o.n.  $Oxyz$  ao lado.

Sabe-se que:

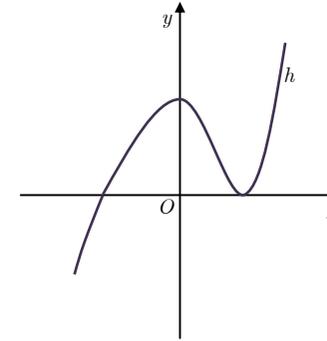
- A sua base está assente no plano  $xOy$
- O centro dessa base é a origem do referencial
- O ponto  $A$  pertence à circunferência da base e tem coordenadas  $(0, 3, 0)$
- O ponto  $B$  é o vértice do cone e pertence ao eixo  $Oz$
- O volume do cone é igual a  $17\pi$

Qual é a cota do ponto  $B$ ?

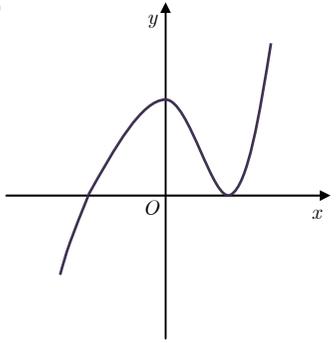
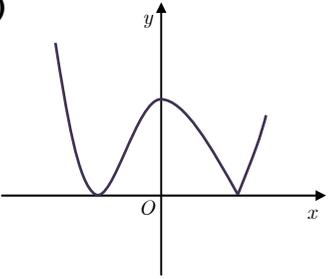
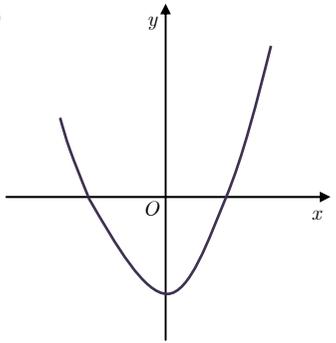
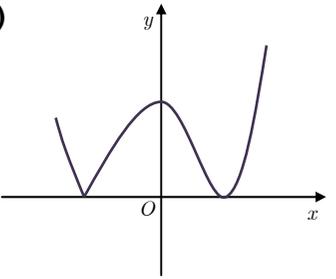
- (A)  $\frac{25}{3}$                                       (B)  $\frac{25}{4}$   
 (C)  $\frac{17}{3}$                                       (D)  $\frac{17}{4}$



3. Na figura a seguir está parte da representação gráfica de uma função  $h$



Em qual das figuras seguintes está parte da representação gráfica da função definida por  $y = |h(x)|$ ?

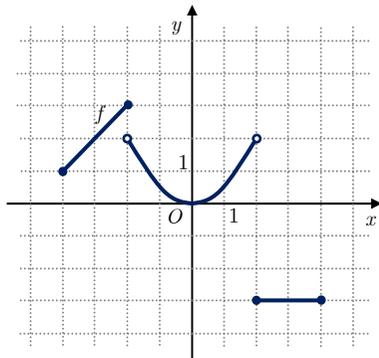
- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

4. Considere a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = \begin{cases} 3x+6 & \text{se } x \leq -2 \\ 5x-3 & \text{se } x > -2 \end{cases}$

Qual é a ordenada do ponto de interseção do gráfico de  $h$  com o eixo  $Oy$ ?

- (A) -3                                      (B) -2                                      (C) 0                                      (D) 6

5. Na figura está representado, em referencial o.n.  $xOy$ , o gráfico de uma função  $f$  de domínio  $[-4,4]$  e descontínua nesse domínio.



Considere as seguintes proposições:

- (i) O contradomínio de  $f$  é o conjunto  $[-3,3]$
- (ii) A função  $f$  é par
- (iii) A função  $f$  é decrescente no intervalo  $[-2,3]$

Quanto às afirmações anteriores:

- (A) Apenas a (i) é falsa;
- (B) Apenas a (i) é verdadeira;
- (C) São todas falsas;
- (D) São todas verdadeiras.

6. De uma função quadrática  $g$ , sabe-se que:

- $g(0) = 5$
- $g(-5) = g(5) = 0$

Qual é o contradomínio de  $g$ ?

- (A)  $]-\infty, -5]$
- (B)  $]-\infty, 5]$
- (C)  $[-5, +\infty[$
- (D)  $[5, +\infty[$

### Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. “O Sol estava a nascer, apenas a parte de baixo da circunferência se encontrava ainda achatada contra a linha do horizonte (...)”  
 “Duas torres em forma de trapézio e, entre elas, com cerca de metade da altura, duas portas rectangulares encimadas por um lintel.”

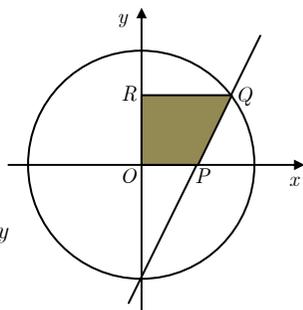
OÁSIS ESCONDIDO, Paul Sussman

Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da figura, a circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 4$  e o trapézio  $[OPQR]$

Sabe-se que:

- A abscissa do ponto  $P$  é 1
- A ordenada do ponto  $R$  é  $\frac{6}{5}$
- A reta  $PQ$  intersecta a circunferência no ponto  $Q$  e no eixo  $Oy$

Determine a área do trapézio  $[OPQR]$

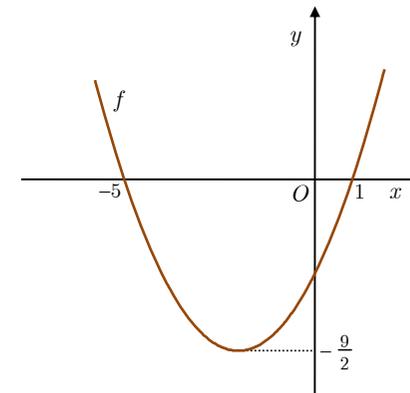


2. Considere a função  $f$  quadrática cujo gráfico se encontra parcialmente representado no referencial o.n.  $xOy$  do lado.

Tal como é sugerido pela figura:

- $-5$  e  $1$  são zeros de  $f$
- $-\frac{9}{2}$  é o mínimo absoluto de  $f$

- 2.1. Indique a equação do eixo de simetria do gráfico de  $f$
- 2.2. Escreva a expressão de  $f$  na forma  $ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, c \in \mathbb{R}$

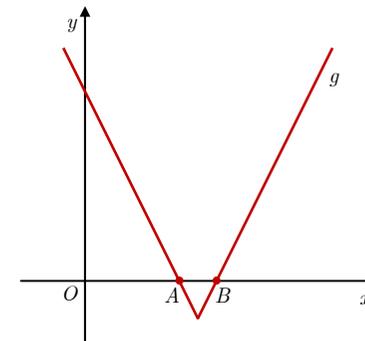


3. Ao lado está parte do gráfico da função  $g$  definida por  $g(x) = 2|x - 3| - 1$ , sendo  $a$  um número real.

Tal como a figura sugere  $A$  e  $B$  são pontos do gráfico de  $g$  pertencentes ao eixo  $Ox$

Usando métodos analíticos, resolva os itens seguintes.

- 3.1. Determine as abcissas dos pontos  $A$  e  $B$
- 3.2. Indique, na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais, o conjunto solução da condição  $g(x) < 17$



4. Considere as funções polinomiais definidas por:

$$A(x) = 4x^3 - 40x^2 + 68x - 32, \quad B(x) = x - 8 \quad \text{e} \quad C(x) = A(x) + 20$$

- 4.1. Sabendo que  $A(x)$  é divisível por  $B(x)$ , resolva, usando processos analíticos, a condição  $A(x) \geq 0$
- 4.2. Sabe-se que  $[k, +\infty[$  é o maior intervalo onde a função  $C$  é estritamente crescente se  $k$  for um número real positivo. Recorrendo à calculadora gráfica, determine o valor de  $k$ , arredondado às centésimas.

Na sua resposta deve:

- reproduzir, num referencial, a parte do gráfico da função  $C$  que visualizou na sua calculadora;
- assinalar o ponto relevante para a resolução deste problema;
- indicar o valor de  $k$ , arredondado às centésimas.

5. Numa oficina, uma arca frigorífica foi submetida a testes das 8 às 17 horas de um certo dia. Sabe-se que, a temperatura da arca, em graus Celsius, foi dada,  $t$  horas após as 8 horas desse dia, por

$$C(t) = 0,2t^4 - 3,7t^3 + 22,1t^2 - 48,3t + 29,7$$



- 5.1. Qual foi a temperatura da arca frigorífica às 10 horas e 15 minutos?  
Apresente a resposta em graus Celsius, arredondado às décimas.
- 5.2. Sabe-se que, durante o tempo da experiência, a temperatura da arca foi igual a 0 graus Celsius em quatro instantes, sendo o primeiro às 9 horas e o último às 17 horas. Usando métodos analíticos, indique as outras horas em que se registou essa temperatura.

FIM

### COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> (30 pontos)	Cada resposta certa: + 5	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	--------------------------	---

<b>Grupo II</b> (170 pontos)	1.....22	2.....28	3.....44	4.....38	5.....38
		2.1.....6	3.1.....22	4.1.....22	5.1.....16
		2.2.....22	3.2.....22	4.2.....16	5.2.....22

O professor: RobertOliveira  
<http://roliveira.pt.to>

#### Formulário

##### Áreas de figuras planas

Losango:  $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio:  $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular:  $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Sector circular:  $\frac{\alpha r^2}{2}$  ( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

##### Áreas de superfícies

Área lateral de um cone:  $\pi r g$   
( $r$  – raio da base;  $g$  – geratriz)

Área de uma superfície esférica:  $4 \pi r^2$   
( $r$  – raio)

##### Volumes

Pirâmide/cone:  $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera:  $\frac{4}{3} \pi r^3$  ( $r$  – raio)