

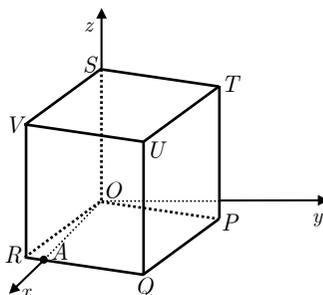
1. “Uma marmita metálica cheia de um guisado rosa-acinzentado, um naco de pão, um cubo de queijo, uma caneca de café Vitória, sem leite, e uma pastilha de sacarina.”

1984, George Orwell

Na figura do lado está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo  $[OPQRSTUV]$ , sendo que a base  $[OPQR]$  está contida no plano  $xOy$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao eixo  $Ox$  e à aresta  $[RQ]$  e tem coordenadas  $(\frac{10}{3}, 0, 0)$ ;
- o vector  $\overrightarrow{PA}$  tem coordenadas  $(\frac{7}{3}, -3, 0)$ .



2. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência de equação

$$x^2 + y^2 + 6y + 7 = 0.$$

Qual das seguintes é a equação da recta que passa no centro da circunferência e tem declive 5?

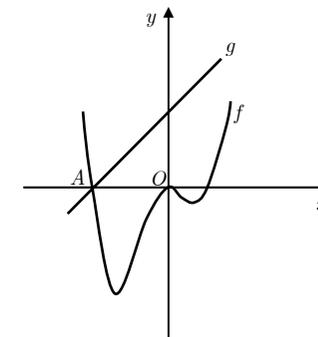
3. Considere a função definida por  $f(x) = ax^2 + bx$ , em que  $a < 0$  e  $b \neq 0$ . Qual pode ser o contradomínio de  $f$ ?

4. No referencial o.n.  $xOy$  da figura estão partes dos gráficos das funções  $f$  e  $g$ . Sabe-se que:

- $f(x)$  representa um polinómio do quarto grau e é tal que 0 é uma raiz dupla;
- a recta representativa do gráfico de  $g$  é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares;
- o ponto  $A$  pertence a ambos os gráficos e tem de coordenadas  $(-2, 0)$ .

Qual pode ser a expressão analítica da função definida

por  $\frac{f(x)}{g(x)}$ ?



5. É dada a seguinte distribuição por ordem crescente de dados:

$$2 \quad y \quad 7 \quad 8 \quad 8 \quad z \quad 10$$

Sabe-se que a média desta distribuição é igual a 7 e a moda igual a 8.

1. Dados os números reais  $a$  e  $b$ , seja  $f$  a função de domínio  $\mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 14$$

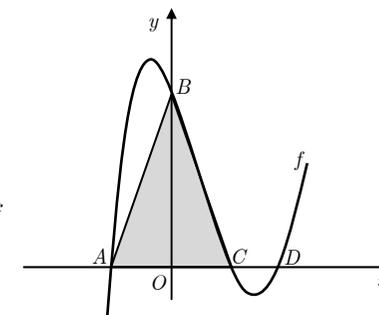
Sem recorrer à calculadora, resolva os dois itens seguintes:

- 1.1. Admita que  $a = -2$  e  $b = -1$ . Determine o conjunto dos valores  $x$  para os quais a função  $f$  é superior a 14. Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

- 1.2. Na figura ao lado está, num referencial normado  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f$  e também o triângulo isósceles  $[ABC]$ . Tal como a figura sugere:

- Os pontos  $A$ ,  $C$  e  $D$  pertencem ao gráfico de  $f$  e ao eixo  $Ox$
- O ponto  $B$  pertence ao gráfico de  $f$  e ao eixo  $Oy$

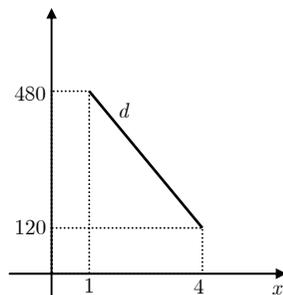
Sabendo que a área do triângulo  $[ABC]$  é igual a 28, determine a abscissa do ponto  $D$ .



2. Um vendedor de gelados estima que, se o preço  $x$  por cada litro de gelado estiver compreendido entre 1 e 4 euros (inclusive), ele venderá  $v(x)$  litros de gelado, sendo:

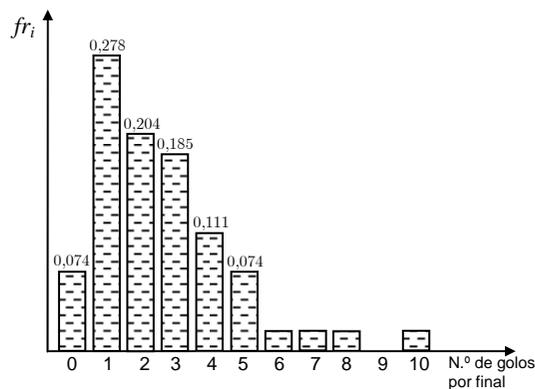
$$v(x) = -10x^2 + 20x + 150$$

- 2.1. Ao lado está o gráfico da função  $d$ , de domínio  $[1,4]$ , que representa as despesas do vendedor em função do preço  $x$  por cada litro de gelado. Tal como a figura sugere, os pontos  $(1,480)$  e  $(4,120)$  pertencem ao gráfico de  $d$ . Mostre que o lucro



- 2.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, resolva o seguinte problema:

3. No próximo sábado dia 22 de Maio, vai disputar-se mais uma final da Liga dos Campeões Europeus de Futebol. O gráfico seguinte representa as frequências relativas do número de golos em cada uma das 54 finais disputadas até agora das Taças dos Campeões Europeus/Liga dos Campeões Europeus.



Como se pode observar, foram marcados entre 0 e 10 golos em todas as finais mas nunca houve uma final com 9 golos (sem contar com as grandes penalidades em caso de empate).

4. Na tabela seguinte estão oito das dez mais longas grutas do mundo:

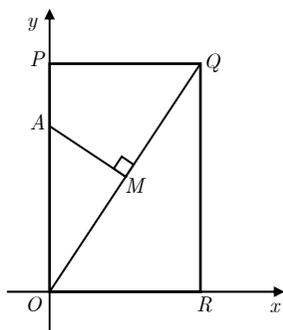
Nome e local	Comprimento (em quilómetros)
<i>Mammoth Cave System</i> , Kentucky (EUA)	590,629
<i>Optymistychna</i> , Ternopil (Ucrânia)	230,140
<i>Wind Cave</i> , South Dakota (EUA)	214,429
<i>Lechuguilla Cave</i> , New Mexico (EUA)	206,946
<i>Hoelloch</i> , Schwiz (Suíça)	195,914
<i>Fisher Ridge Cave System</i> , Kentucky (EUA)	182,067
<i>Sistema Sac Actun Chich</i> , Quintana Roo (México)	175,721
<i>Gua Air Jernih</i> , Sarawak (Malásia)	175,664

- 4.2. Sendo  $\bar{x}$  a média da distribuição de todas as 10 grutas e  $s$  o seu desvio padrão, determine a percentagem de grutas existentes no intervalo  $]\bar{x} + s, 600[$ . Nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

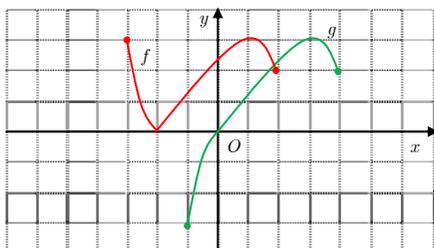
1. Na figura está representado, num referencial o.n.  $xOy$ , o rectângulo  $[OPQR]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $Q$  tem coordenadas  $(2, 3)$ ;
- o ponto  $A$  pertence ao eixo  $Oy$ ;
- o ponto  $M$  é o ponto médio do segmento  $[OQ]$ ;
- a recta  $AM$  é perpendicular ao segmento  $[OQ]$ .



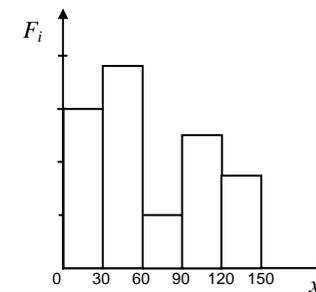
2. Na figura a seguir estão representados os gráficos das funções  $f$  e  $g$ .



3. A 10 metros do solo, uma bola foi lançada, verticalmente e para cima. Desde que é lançada e até chegar ao solo, a bola demorou 5 segundos.

4. Considere o histograma de frequências absolutas da figura junta, referente a uma certa distribuição estatística.

- (A) 58                      (B) 50  
(C) 45                      (D) 37



5. Considere os dados dispostos no diagrama de caule-e-folhas a seguir:

4	5	5	6	7	7		
5	2	2	2	2	4	4	7
6	1	3	3	3	3	3	

### Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. “Duval introduziu uma velocidade de subida [do F-100] de cinco mil pés por minuto e, atrás dele, o oficial de tiro transmitiu-lhe o rumo de bússola correspondente ao seu destino.”

O AFEGÃO, Frederick Forsyth

Durante dez segundos de um número num festival de acrobacias aéreas, a altura (em metros) de um avião a partir do solo é dada, em função do tempo  $t$  em segundos, por



- 1.1. Sabe-se que, durante esses dez segundos, o avião esteve a 80 metros do solo em quatro momentos. O primeiro momento foi aos 2 segundos e o segundo foi aos 3 segundos. **Usando métodos exclusivamente analíticos**, indique o tempo (em segundos) do **quarto** (e último) momento.
- 1.2. **Recorrendo à calculadora**, indique a distância **mínima** do solo em que ficou o avião na primeira vez que desceu. Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico visualizado e assinala, nesse gráfico, as coordenadas relevantes do ponto para a resolução do problema. Apresente a resposta em metros, arredondado às décimas.

2. Durante um jogo de futebol, foi contabilizado o número de quilómetros percorridos pelos 25 jogadores que disputaram o jogo, tendo-se chegado ao seguinte histograma de frequências relativas **acumuladas**:

**Sem usar a calculadora** (excepto para eventuais cálculos numéricos), resolva as três alíneas seguintes.

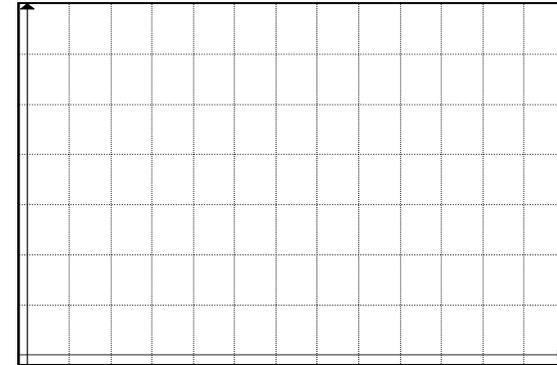
- 2.1. Determine o número de jogadores que percorreram 6 ou mais quilómetros.
- 2.2. Calcule o número médio de quilómetros percorrido por cada jogador.
- 2.3. Use o gráfico dado para determinar, **geometricamente**, valores aproximados para os quartis desta distribuição (com, no máximo, uma casa decimal). Interprete, no contexto do problema, a mediana.

3. Dados os números reais  $a$  e  $b$ , sejam  $\bar{x}$  e  $s$ , respectivamente, a média e desvio-padrão deles.

Sabendo que  $a^2 + b^2 = 2$ , mostre que  $s = \sqrt{1-\bar{x}}$

4. Durante 9 dias de 2010, foram registadas, na tabela em baixo, os valores máximos da temperatura e da humidade do ar numa cidade:

- 4.1. Construa, no referencial a seguir, a nuvem de pontos relativa à distribuição dada.



- 4.2. Usando a calculadora gráfica, determine o coeficiente de correlação linear para esta distribuição (aproximado às milésimas). Indique como procedeu e interprete o coeficiente de correlação no contexto do problema.