

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. “No centro, acima do solo, pendurado, estava um grande cavitador rectangular, parecido com um gerador diesel sobredimensionado.”
 “Os dedos deram com um cilindro grosso.”

ESTADO DE PÂNICO, Michael Crichton

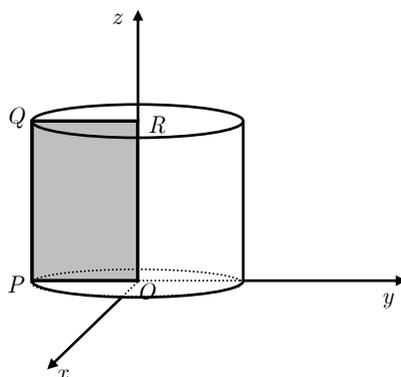
Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro que se obtém fazendo uma rotação de 360° ao rectângulo $[OPQR]$.

Sabe-se que:

- o volume do cilindro gerado é igual a 18π ;
- O ponto P tem coordenadas $(0, -2, 0)$.

Qual é o valor do perímetro do rectângulo $[OPQR]$?

- (A) 13 (B) 15
 (C) 17 (D) 19



2. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(-2, 0, 1)$ e $B(2, 0, 4)$.
 Quais são as coordenadas do ponto de intersecção entre o plano mediador do segmento $[AB]$ e o eixo das abcissas?

- (A) $(-\frac{15}{8}, 0, 0)$ (B) $(-\frac{21}{13}, 0, 0)$ (C) $(\frac{15}{8}, 0, 0)$ (D) $(\frac{21}{13}, 0, 0)$

3. Uma função quadrática g é tal que:

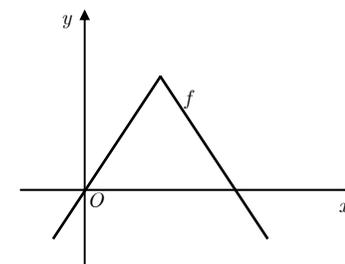
- $g(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2, 6]$
- $CD_g = [-8, +\infty[$
- $g(0) = -6$

Qual é a expressão da função g ?

- (A) $\frac{1}{2}(x - 2)^2 - 6$ (B) $\frac{1}{2}(x - 2)^2 - 8$
 (C) $2(x - 2)^2 - 8$ (D) $2(x + 4)^2 - 8$

4. Na figura ao lado está representado o gráfico da função f .
 Qual pode ser a sua expressão analítica?

- (A) $\begin{cases} 6 - 1,5x & \text{se } x \geq 2 \\ 1,5x & \text{se } x < 2 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} 6 + 1,5x & \text{se } x \geq 2 \\ -1,5x & \text{se } x < 2 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} -6 - 1,5x & \text{se } x \geq 2 \\ 1,5x & \text{se } x < 2 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} -6 + 1,5x & \text{se } x \geq 2 \\ -1,5x & \text{se } x < 2 \end{cases}$



5. Considere os polinómios definidos por $a(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$ e $b(x) = x^2 - 8$ e tais que $a(x) = b(x) \times c(x) + d(x)$.

Quais são, respectivamente, as expressões de $c(x)$ e de $d(x)$?

- (A) $x + 3$ e $-3x + 7$ (B) $x - 3$ e $-3x + 7$
 (C) $x + 3$ e $4x + 25$ (D) $x - 3$ e $4x + 25$

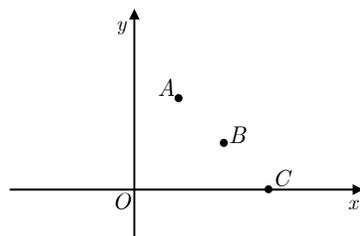
Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Em relação ao referencial o.n. xOy do lado, sabe-se que:

- as coordenadas de A são $(1,4)$;
- as coordenadas de B são $(2,1)$;
- o ponto C pertence ao eixo das abcissas;
- os pontos A , B e C são colineares.



Determine a abcissa de C .

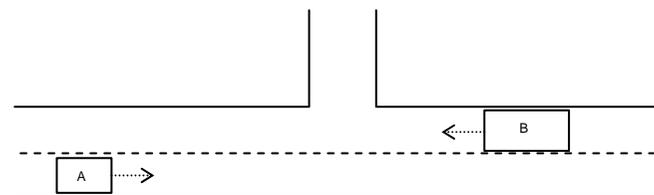
2. Sejam p e q funções de domínio \mathbb{R} e tais que $p(x) = (x + 2)q(x)$. Sabendo que também se tem $p(x) = -3x^4 + 5x^2 - 4x + 20$, determine a abcissa (arredondada às centésimas) do ponto de intersecção entre o gráfico de q e a recta de equação $y = -5$.

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 4x^2 - 15x - 4$. Determine, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, o conjunto solução da condição

$$f(x) \times f(1) \geq 0$$

Apresente o resultado sob a forma de intervalo real.

4. Na figura a seguir (que não está à escala), podem ver-se dois veículos a se dirigirem, a uma velocidade constante, para um cruzamento.



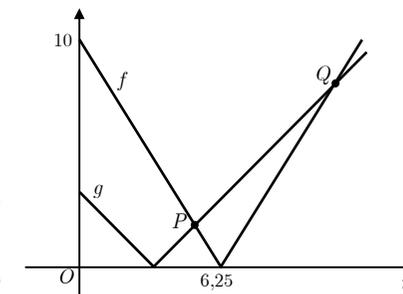
Sabe-se que, a partir de um certo instante $t \geq 0$ (t em minutos), o automóvel A e o camião B encontram-se, respectivamente, a $f(t)$ e a $g(t)$ quilómetros desse cruzamento, sendo

$$f(t) = |at+b|, a > 0 \quad \text{e} \quad g(t) = |t-3,5|$$

Ao lado estão representados, em referencial o.n., os gráficos de f e de g .

Tal como a figura sugere:

- $6,25$ é um zero de f ;
- 10 é a ordenada na origem do gráfico de f ;
- P e Q são os pontos de intersecção entre os dois gráficos.



- 4.1. Sem recorrer à calculadora (excepto para eventuais cálculos numéricos), resolva os três itens seguintes:

- 4.1.1. Mostre que $a = 1,6$ e $b = -10$.
 4.1.2. Resolva e explique, no contexto do problema, a condição $f(t) \geq 6$
 4.1.3. Desde o início da contagem até chegar ao cruzamento, é possível determinar a velocidade do camião. Apresente-a em quilómetros por hora.

- 4.2. Recorra à calculadora para descobrir as abcissas de P e de Q (arredondado às décimas). Explique como procedeu e interprete o resultado no contexto do problema.

5. A recordista do mundo do salto à vara, a russa Yelena Isinbayeva, vai efectuar um salto. Admita que, depois da corrida da atleta, o seu salto vai descrever um arco de tal modo que a sua altura, relativamente ao solo, medida em metros, é dada por

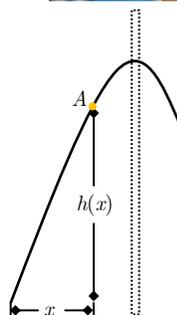


$$h(x) = 3,19x - 0,5x^2$$

sendo x a distância, em metros, da projecção da atleta (ponto A na figura) no solo desde que ela saiu do solo.

A intenção da atleta é ultrapassar a fasquia situada entre dois postes e que se encontra a uma altura de 5,07 metros (e, conseqüentemente, bater novamente o recorde do mundo).

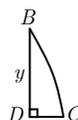
Resolva os itens seguintes, utilizando exclusivamente métodos analíticos. Pode utilizar a calculadora para efectuar cálculos numéricos, considerando duas casas decimais nas aproximações.



- 5.1. Mostre que a atleta se eleva do chão a 3,19 metros de distância dos postes.
- 5.2. Segundo este modelo, irá Isinbayeva bater o recorde do mundo? Justifique.
- 5.3. Naturalmente que, no seu movimento descendente, a atleta não irá cair no chão mas sim num colchão com uma certa altura (y na figura ao lado).

Nessa figura:

- o ponto B representa o local onde Isinbayeva irá cair;
- o ponto C encontra-se no chão (na continuação do movimento descendente);
- o ponto D representa a projecção do ponto B no chão.



Sabendo que $\overline{DC} = 26 \text{ cm}$, determine o valor de y (apresente o valor em metros, arredondado às décimas).

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10		Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0		
Grupo II (150 pontos)	1.....17	2.....17	3.....17	4.....58 4.1.1.....15 4.1.2.....15 4.1.3.....13 4.2.....15	5.....41 5.1.....13 5.2.....13 5.3.....15