

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correcta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

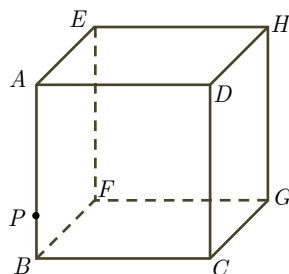
1. “Seria tempo perdido, ainda que dormir fosse o mais sensato a fazer, mas quem o poderia fazer, só alguém tão frio como um cubo de gelo.”

O ÚLTIMO PAPA, Luís Miguel Rocha

Considere o cubo  $[ABCDEFGH]$  representado na figura ao lado e o ponto  $P$  pertencente ao segmento  $[AB]$

Sabendo que a aresta do cubo é igual a 5, qual pode ser o perímetro da secção produzida no cubo pelo plano  $EDP$ ?

- (A)  $13\sqrt{2}$                       (B)  $16\sqrt{2}$   
 (C)  $19\sqrt{2}$                       (D)  $22\sqrt{2}$

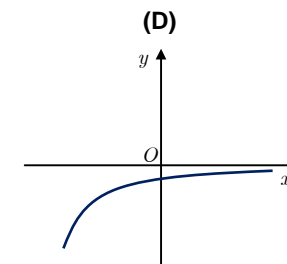
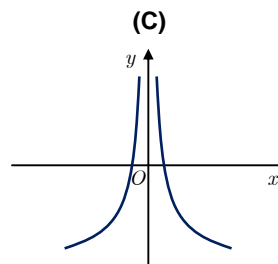
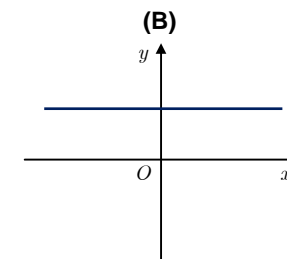
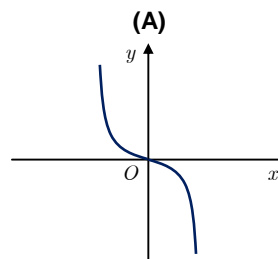


2. Dado um número real  $p$ , considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a reta  $r$  definida pela condição  $(x, y, z) = (3, 0, 0) + k(2, -4, p), k \in \mathbb{R}$  e a reta  $s$  que passa pelos pontos  $A(4, -4, 7)$  e  $B(0, 4, -8)$

As retas  $r$  e  $s$  são paralelas se  $p$  for igual a:

- (A)  $\frac{11}{2}$                       (B)  $\frac{13}{2}$                       (C)  $\frac{15}{2}$                       (D)  $\frac{17}{2}$

3. Diz-se que uma função real é uma **função sobrejetiva** se o seu contradomínio for o conjunto  $\mathbb{R}$ . Dos gráficos seguintes, qual pode representar uma função injetiva e sobrejetiva?



4. Um médico de clínica geral dá consultas. Por cada consulta realizada na sua freguesia de residência, ele cobra 50 euros mas, se a consulta for a uma distância de  $x$  quilómetros fora da freguesia, ele cobra um valor adicional de 10 euros por quilómetro.

Qual das seguintes expressões pode representar a função que fornece o valor da consulta, em euros, cobrada pelo médico a uma distância de  $x$  quilómetros fora da freguesia?

- (A)  $10x + 50$                       (B)  $10x + 40$                       (C)  $50x + 10$                       (D)  $60x$

5. De uma função quadrática  $h$ , sabe-se que o seu contradomínio é  $\mathbb{R}_0^+$  e o eixo de simetria do seu gráfico é a reta de equação  $x = 5$

Qual, dos seguintes pontos, o que pode pertencer ao gráfico de  $h$ ?

- (A)  $(0, -2)$                       (B)  $(4, 0)$                       (C)  $(7, -2)$                       (D)  $(6, 1)$

## Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

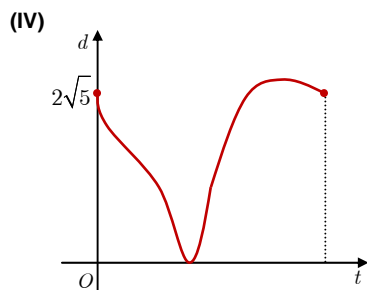
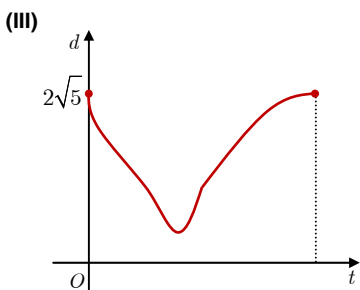
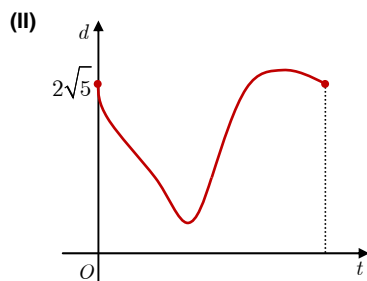
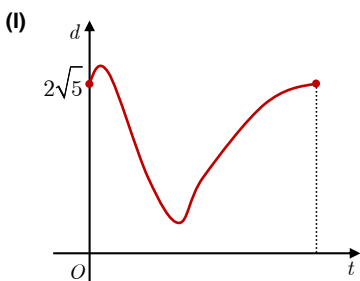
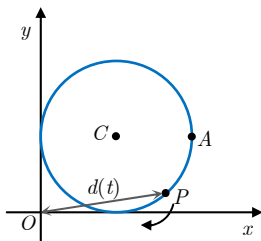
1. No referencial o.n.  $xOy$  ao lado estão representados:

- Uma circunferência de centro no ponto  $C(2,2)$  e tangente aos eixos coordenados;
- Um ponto  $A$  pertencente à circunferência, de abcissa positiva e ordenada igual à de  $C$

Admita que um ponto  $P$ , partindo de  $A$ , se desloca sobre a circunferência, no sentido dos ponteiros de um relógio, descrevendo uma única volta.

Seja  $d(t)$  a distância do ponto  $P$  à origem do referencial em função do tempo  $t$ , após o início do movimento.

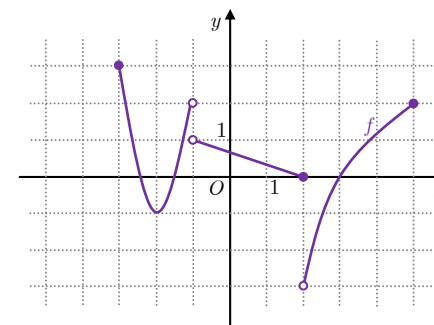
Apenas uma das opções seguintes pode representar o gráfico da função  $d$



Elabore uma composição na qual:

- indique a opção que pode representar a função  $d$
- apresente três razões para rejeitar as restantes opções, uma por cada opção rejeitada.

2. Considere o gráfico da função  $f$ , de domínio  $[-3,5] \setminus \{-1\}$ , representado na figura ao lado em referencial o.n.  $xOy$



- Determine, com a melhor aproximação possível, o conjunto dos números reais  $x$  tais que  $f(x) \leq 0$
- Indique, se existirem, a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de descontinuidade de  $f$
- Complete a tabela seguinte com o quadro de variação de  $f$

$x$					
$f(x)$					

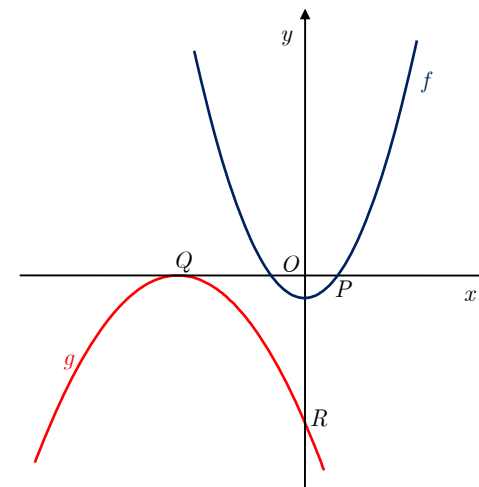
3. No referencial o.n.  $xOy$  do lado, estão partes dos gráficos das funções definidas por:

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \quad \text{e}$$

$$g(x) = a\left(x + \frac{8}{3}\right)^2, \quad a \neq 0$$

Tal como é sugerido pela figura:

- o ponto  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$  e ao gráfico de  $f$
- o ponto  $Q$  pertence ao eixo  $Ox$  e ao gráfico de  $g$
- o ponto  $R$  pertence ao eixo  $Oy$  e ao gráfico de  $g$



3.1. Usando métodos analíticos, calcule, com duas casas decimais, o comprimento do segmento  $[PQ]$

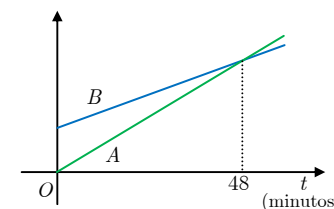
3.2. Sabe-se que a ordenada do ponto  $R$  é  $-3$ . Determine o valor de  $a$

4. Um automóvel A sai da cidade de Lonjópolis com uma velocidade constante.

Ao mesmo tempo, um outro automóvel B sai de outra cidade a 30 quilómetros de Lonjópolis, afastando-se dela com uma velocidade de 70 quilómetros por hora, também constante.

Sejam  $A$  e  $B$  as funções que dão as distâncias dos automóveis A e B, respetivamente, à cidade de Lonjópolis após  $t$  minutos.

Sabendo que os automóveis se encontram após 48 minutos, determine a velocidade do automóvel A (em quilómetros por hora).

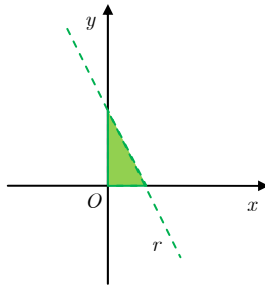


5. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  ao lado:

- a reta  $r$ , definida pela equação  $y = -2x + 2$
- o triângulo retângulo em  $O$ , delimitado pelos eixos coordenados e pela reta  $r$

5.1. Escreva uma equação vetorial da reta  $r$

5.2. Defina, por uma condição, a região representada a sombreado.



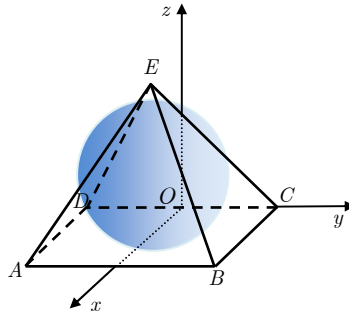
6. Considere a pirâmide quadrangular regular  $[ABCDE]$  num referencial o.n.  $Oxyz$ . Sabe-se que:

- A base  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$
- O segmento  $[DC]$  está contido no eixo  $Oy$ , sendo  $O$  o ponto médio desse segmento;
- O ponto  $A$  tem coordenadas  $(10, -5, 0)$

Admita que se conseguia colocar uma esfera virtual, de raio 2, sobre o centro da base da pirâmide.

6.1. Escreva uma condição para essa esfera virtual.

6.2. Sabe-se que os volumes dos dois sólidos são iguais. Determine a altura da pirâmide.



FIM

### COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> <b>(50 pontos)</b>	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
--------------------------------------	---------------------------	---

<b>Grupo II</b> <b>(150 pontos)</b>	1.....14	2.....38	3.....28	4.....14	5.....28	6.....28
		2.1.....14	3.1.....14		5.1.....14	6.1.....14
		2.2.....10	3.2.....14		5.2.....14	6.2.....14
		2.3.....14				

### Formulário

#### Áreas de figuras planas

Losango:  $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio:  $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular:  $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Sector circular:  $\frac{\alpha r^2}{2}$  ( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

#### Áreas de superfícies

Área lateral de um cone:  $\pi r g$   
( $r$  – raio da base;  $g$  – geratriz)

Área de uma superfície esférica:  $4 \pi r^2$   
( $r$  – raio)

#### Volumes

Pirâmide/cone:  $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera:  $\frac{4}{3} \pi r^3$  ( $r$  – raio)