



Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2008/2009)

3º TESTE DE MATEMÁTICA A

10º 2

2º Período

12/02/09

Duração: 90 minutos

Nome: _____

Nº: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura estão representados, em referencial o.n. $Oxyz$, dois cubos.

Sabe-se que:

Ambos os cubos têm um dos vértices na origem do referencial;

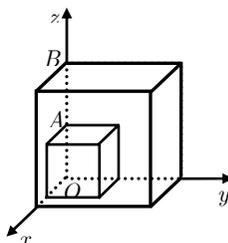
O ponto A tem coordenadas $(0, 0, 2)$ e pertence ao cubo mais pequeno;

O ponto B pertence ao eixo Oz e ao cubo maior;

O volume do cubo maior é **dez** vezes maior que o do cubo menor.

Qual é a cota do ponto B ?

- (A) $2 \times \sqrt[3]{10}$ (B) $10 \times \sqrt[3]{2}$ (C) 4,3 (D) 5,5



2. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 10$.

Seja C o centro da superfície esférica e P um ponto **fora** dela.

Qual das afirmações seguintes pode ser verdadeira?

- (A) $\overline{CP} = 1$ (B) $\overline{CP} = 2$ (C) $\overline{CP} = 3$ (D) $\overline{CP} = 4$

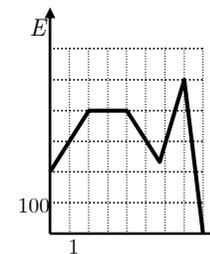
3. “(...) lembrava que não deveria excluir-se a hipótese de se tratar de uma casualidade fortuita, de um alteração cósmica meramente accidental e sem continuidade, de uma conjunção excepcional de coincidências intrusas na equação espaço-tempo (...)”

AS INTERMITÊNCIAS DA MORTE, José Saramago

Ao lado está o gráfico que relaciona o espaço E (em metros) que vai desde a casa da Gisélia até onde ela se encontra, em função do tempo t (em horas), desde que saiu da escola, deu umas voltas e foi para a casa.

Aproximadamente quantas horas esteve a Gisélia a mais de 300 metros de casa?

- (A) 3,5 (B) 4,5 (C) 5,5 (D) 6,5



4. Dados os números reais e não nulos a e c , seja g a função definida por $g(x) = ax^2 + c$. Tal como a figura sugere:

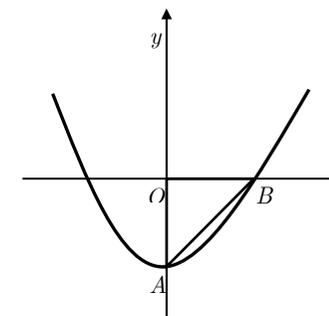
O ponto A pertence ao gráfico de g e ao eixo Oy ;

O ponto B pertence ao gráfico de g e ao eixo Ox e a sua abcissa é igual a 3;

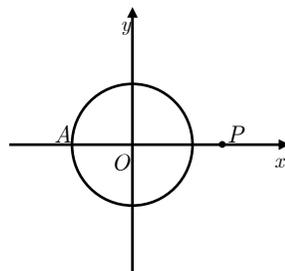
O triângulo $[ABO]$ é isósceles.

Qual é o contradomínio da função g ?

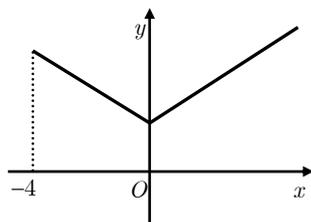
- (A) \mathbb{R} (B) $[-3, 3]$ (C) $]-\infty, 3]$ (D) $[-3, +\infty[$



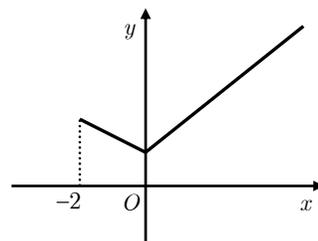
5. Considere a circunferência, no referencial o.n. xOy ao lado, de equação $x^2 + y^2 = 4$. Admita que um ponto P se desloca ao longo do eixo Ox , partindo do ponto $A(-2, 0)$, e deslocando-se no sentido do vector \overrightarrow{AO} . Seja $d(x)$ a distância do ponto P ao ponto O , em função da abscissa de P . Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d ?



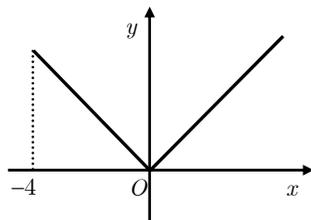
(A)



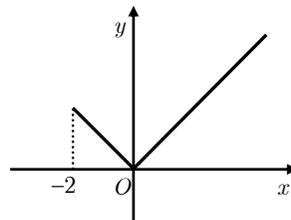
(B)



(C)



(D)

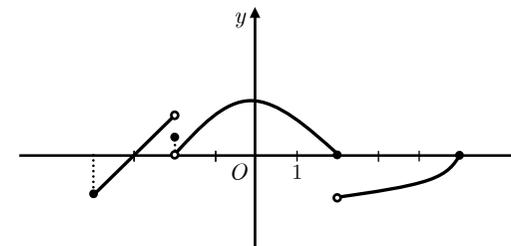


Grupo II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , o gráfico de uma função f , de domínio $[-4, 5]$



- 1.1. Comente a seguinte afirmação: "A função f é injectiva."
 1.2. Estude o sinal de f , construindo para isso um quadro de sinais.

2. Segundo uma lei do inventor norte-americano Amos DOLBEAR (1837-1910), a temperatura ambiente T , em graus Celsius, é dada aproximadamente pela função definida por:
- $$T(N) = \frac{N+30}{7}$$



N é o número de vezes que os grilos cantam (estridulações) por minuto; admita que $N \in [100, 200]$. Note-se que, quanto mais estridulações houver por minuto, maior será a temperatura.

- 2.1. Determine a temperatura ambiente se os grilos cantarem uma centena e meia por minuto. Apresente o resultado em graus Celsius, arredondado às décimas.
 2.2. Suponha agora que existe um outro modelo matemático que relaciona o número de estridulações por minuto dos grilos com a temperatura ambiente (também em graus Celsius), dado pela função definida por

$$S(N) = -0,001N^2 + 0,3N + 6,5, \quad N \in [100, 200]$$

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, mostre que existe um número (aproximado) de estridulações por minuto dos grilos tal que as temperaturas em ambos os modelos são iguais. Determine-o, arredondado às décimas.

Reproduza, na sua folha de prova, os gráficos de ambas as funções visualizados na calculadora. Assinale esse ponto.

3. De uma função quadrática g , sabe-se que:

- A recta de equação $x = -2$ é eixo de simetria do gráfico de g ;
- $CD_g =]-\infty, 6]$;
- 1 é um zero de g .

Apenas uma das expressões seguintes pode definir a função g :

- (A) $-\frac{3}{8}(x+3)^2 + 6$ (B) $\frac{2}{3}(x+2)^2 + 6$
 (C) $-\frac{1}{8}(x+2)^2 + 6$ (D) $-\frac{2}{3}(x+2)^2 + 6$

Qual das quatro expressões é a correcta? Numa pequena composição, **explique porque não pode ser nenhuma das outras três**, bastando para isso indicar, para cada uma delas, uma razão pela qual a rejeita.

Nota: poder-lhe-á ser útil recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora. **Se o fizer, deve reproduzir o(s) gráfico(s) obtido(s).**

4. Admita que a taxa da mortalidade da população portuguesa, por cada mil habitantes, evolui de acordo com a seguinte lei: t anos após 2000, essa taxa é dada aproximadamente por $M(t) = 0,035t^2 - 0,7t + c$ ($t \in \mathbb{R}_0^+, c \in \mathbb{R}$)

Sabe-se que, em 2000, a taxa da mortalidade, por cada mil habitantes, foi igual a 12.

Usando processos analíticos, responda às seguintes questões:

“Segundo a lei anterior, em que ano estará prevista a taxa mínima de mortalidade portuguesa (por cada mil habitantes)? Qual será o seu valor?”

5. Considere as rectas r e s de equações, respectivamente, $(x, y) = (1, 4) + (-2, 4)k, k \in \mathbb{R}$ e $y = x - 10$.

- 5.1. De uma outra recta t , sabe-se que é paralela à recta r e passa na origem do referencial. Indique uma equação vectorial de t .
- 5.2. Mostre que $y = -2x + 6$ é a equação reduzida da recta r .
- 5.3. Seja P o ponto de intersecção entre as rectas r e s .
Sem recorrer à calculadora, determine as coordenadas de P .

FIM COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....34 1.1.....14 1.2.....20	2.....32 2.1.....14 2.2.....18	3.....20	4.....20	5.....44 5.1.....12 5.2.....15 5.3.....17
--------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	----------	----------	--