

2.º Período

Duração: 15 min.

Nome:

N.º:

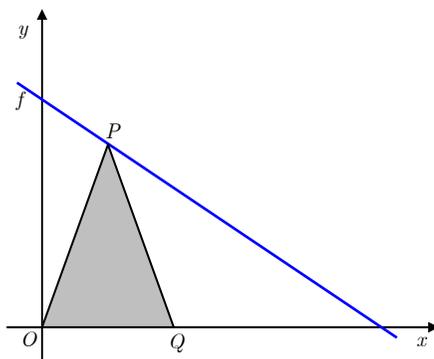
Classificação:

O professor:

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.  
 Se, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Na figura estão representados:

- parte do gráfico da função afim  $f$  definida por  $f(x) = 6 - \frac{2}{3}x$ ;
- um triângulo **isósceles**  $[OPQ]$  ( $\overline{PO} = \overline{PQ}$ ), em que:
  - $O$  é a origem do referencial;
  - $P$  é um ponto do gráfico de  $f$ ;
  - $Q$  pertence ao eixo das abcissas.



Considere que o ponto  $P$  se desloca no primeiro quadrante (eixos não incluídos), ao longo do gráfico de  $f$ . O ponto  $Q$  acompanha o movimento do ponto  $P$ , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que  $\overline{PO}$  permanece sempre igual a  $\overline{PQ}$ .

Seja  $A$  a função, de domínio  $]0, 9[$ , que faz corresponder, à abscissa  $x$  do ponto  $P$ , a área do triângulo  $[OPQ]$

Usando processos exclusivamente analíticos, resolva as três alíneas seguintes.

1. Mostre que, para cada  $x \in ]0, 9[$ , se tem  $A(x) = 6x - \frac{2}{3}x^2$
2. Numa certa posição do ponto  $P$ , tem-se  $\overline{PO} = 5$  e sabe-se que o perímetro do triângulo  $[OPQ]$  é igual a 16. Nestas condições, qual é a área do triângulo  $[OPQ]$ ?
3. Calcule a área máxima do triângulo  $[OPQ]$ .
4. Indique o conjunto de valores de  $x$  para os quais a área do triângulo  $[OPQ]$  é menor ou igual a 12

(Adaptado do Exame Nacional de 2006, 1.ª fase)

Cotações			
40	40	50	70