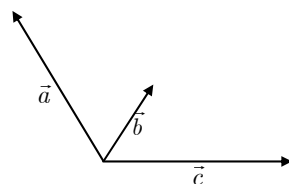


Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Tendo por base a figura do lado, qual é a proposição verdadeira?

- (A) $\vec{a} = 2\vec{b} - \vec{c}$ (B) $\vec{a} = 2\vec{c} - \vec{b}$
 (C) $\vec{b} = 2\vec{a} - \vec{c}$ (D) $\vec{b} = 2\vec{c} - \vec{a}$

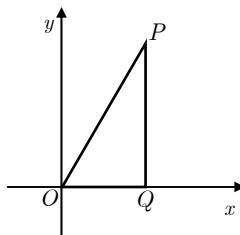


2. Considere o triângulo $[OPQ]$, rectângulo em Q , num referencial o.n. xOy . Sabe-se que:

- o ponto P tem coordenadas $(a, \sqrt{3}a)$, $a > 0$;
- $\|OP\| = 4\sqrt{3}$.

Qual é a abcissa de Q ?

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$



3. Dado um cubo $[ABCDEFGH]$, seja M o ponto médio de $[AD]$. Em qual das figuras seguintes está representado o cubo com a secção produzida nele pelo plano mediador do segmento $[CM]$?

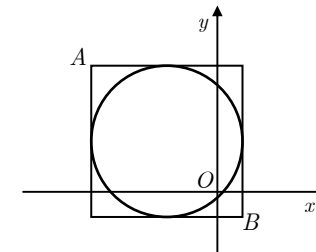
- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

4. “Como um oásis, as suas cadeiras pintadas de azul e as toalhas das mesas aos quadrados azuis e brancos pareciam chamar Alexis.”

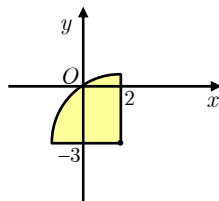
A ILHA, Victoria Hislop

O quadrado do referencial o.n. xOy ao lado apresenta uma circunferência inscrita nele. Os pontos A e B pertencem ao quadrado e à bissectriz dos quadrantes pares. Qual pode ser a equação da circunferência?

- (A) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 4$
 (B) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 (C) $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 25$
 (D) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$



5. Na figura ao lado, encontra-se um quarto de círculo de centro no ponto $(2, -3)$ e tangente à origem de um referencial o.n. xOy .



(A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 13 \wedge x \leq 2 \wedge y \geq -3$

(B) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 10 \wedge x \leq 2 \wedge y \geq -3$

(C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 13 \wedge x \geq 2 \wedge y \leq -3$

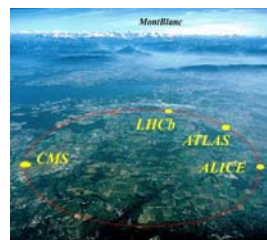
(D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 10 \wedge x \geq 2 \wedge y \leq -3$

Grupo II

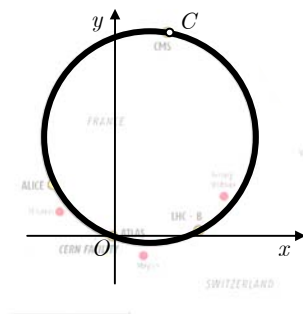
Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. No laboratório do Centro Europeu para a Pesquisa Nuclear (CERN), na fronteira entre a França e a Suíça, encontra-se o Grande Colisionador de Hadrões (LHC). Mais precisamente, o LHC situa-se num túnel circular (a uma profundidade de cem metros).



No referencial a seguir, a origem é onde se situa o laboratório do CERN (e o Atlas, um dos quatro detectores de partículas) e a unidade é o quilómetro. O ponto C tem coordenadas $(2, 6; 8, 2)$ e é onde está o CMS, um outro detector. Admita que o segmento $[OC]$ é um diâmetro da circunferência.

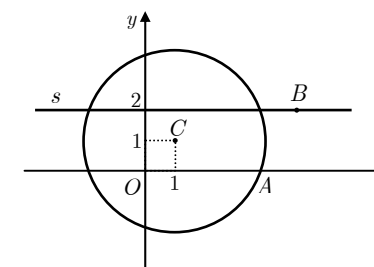


1.1. Mostre que a equação da circunferência onde se situa o LHC é

$$(x - 1,3)^2 + (y - 4,1)^2 = 18,5$$

1.2. Determine o perímetro dessa circunferência (comprimento do túnel circular). Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades.

2. No referencial o.n. xOy da figura estão representados:



- Uma circunferência que tem de equação $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = r^2$, sendo r o seu raio;
- A recta s de equação $y = 2$;
- O ponto A , pertencente à circunferência e ao eixo Ox ;
- O ponto B , pertencente à recta s e de abcissa 5;
- O ponto C , centro da circunferência.

Além disso, sabe-se que $\overline{AB} = (4 - 2\sqrt{2}, 2)$.

2.1. Escreva, na forma $y = ax + b$ (sendo a e b números reais), a equação da mediatriz do segmento de recta $[BC]$.

2.2. Determine o valor de k de modo que o vector $\vec{u}(k, 4 + 2\sqrt{2})$ seja colinear a \overline{AB} .

2.3. Mostre que $r = 3$.

Sugestão: comece por usar o vector \overline{AB} para determinar a abcissa de A .

2.4. Assinale a **lâpis**, na figura, a intersecção do círculo com a região definida pela condição

$$y \geq x \wedge y \geq 2$$

3. Num referencial o.n. xOy , considere:

- um ponto P do primeiro quadrante tal que a sua ordenada é igual ao dobro da sua abcissa;
- uma elipse de equação $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.

Mostre que se P pertencer à elipse, então $\overline{OP} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

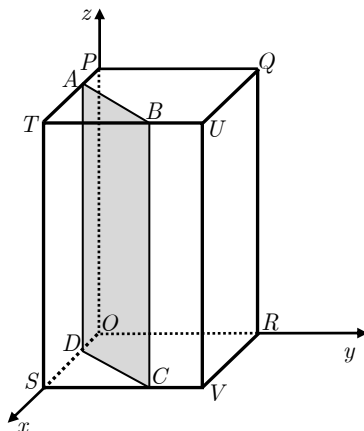
4. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$.

Tal como a figura sugere:

- O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial;
- Os vértices S , R e P do prisma pertencem aos semieixos positivos Ox , Oy e Oz , respectivamente.

Além disso, sabe-se que:

- A altura do prisma é igual a 5;
- A secção a sombreado no prisma é o rectângulo $[ABCD]$ e tem área $10\sqrt{2}$;
- $\overline{AP} = \overline{BU} = 1$.



4.1. Justifique que as coordenadas do ponto U são $(3, 3, 5)$.

4.2. Escreva uma condição para o segmento de recta $[VR]$.

4.3. Seja X um ponto da aresta $[TU]$ e tal que $\|\overline{SX}\| = 6$.
Determine as coordenadas de X .

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....30	2.....58	3.....17	4.....45
	1.1.....18	2.1.....17		4.1.....17
	1.2.....12	2.2.....12		4.1.....13
		2.3.....17		4.3.....15
		2.4.....12		