



Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A

10.º ano

www.esffranco.edu.pt

1.º Período

30/10/09

Duração: 90 minutos

Nome: _____ Nº: _____ Classificação:

O professor: _____

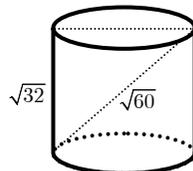
Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. “Quando falaram da limpeza de chaminés, referiam-se ao emprego de vassouras cilíndricas como as utilizadas pelos limpa-chaminés (...)”

OS CRIMES DA RUA MORGUE, Edgar Allan Poe

Qual é, em centímetros, o valor exacto do perímetro da base do cilindro da figura?

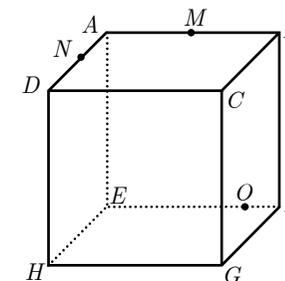


- (A) $2\pi\sqrt{5}$ (B) $\pi\sqrt{11}$
 (C) $2\pi\sqrt{7}$ (D) $\pi\sqrt{13}$

2. Um prisma tem um certo número de faces e tem dois vértices a mais (em relação ao número de faces). Quanto ao número de arestas desse prisma, pode-se concluir que ele é igual:

- (A) Ao dobro do número de vértices (B) A metade do número de vértices
 (C) Ao dobro do número de faces (D) A metade do número de faces

3. Considere o cubo $[ABCDEFGH]$ representado na figura ao lado. Tal como a figura sugere:

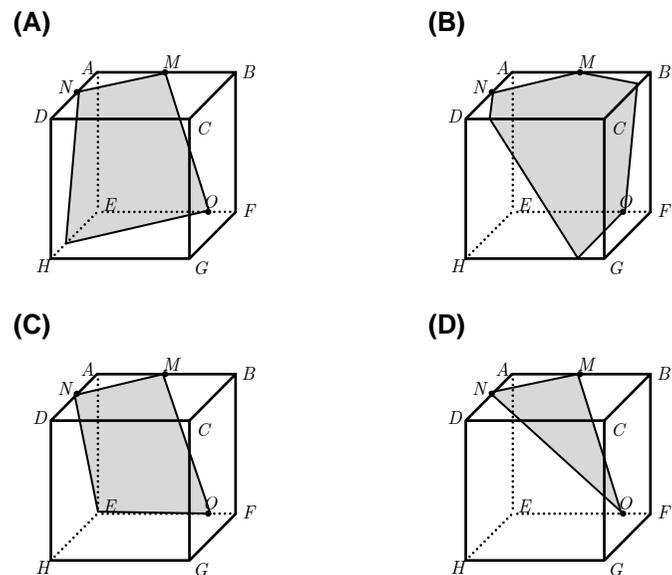


- M é o ponto médio de $[AB]$;
- N é o ponto médio de $[AD]$;
- O ponto O está mais perto de F do que de E .

3.1. A recta NE é estritamente paralela ao plano

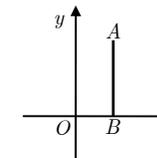
- (A) BAF (B) MDC (C) DHF (D) BCG

3.2. Em qual das figuras seguintes está o esboço correcto da secção produzida no cubo anterior pelo plano MNO ?



4. Num referencial o.n. xOy do lado, qual pode ser a condição que define o segmento de recta $[AB]$?

- (A) $x = 1 \wedge 0 \leq y \leq 2$ (B) $x = -1 \wedge 0 \leq y \leq 2$
 (C) $x = 1 \wedge 2 \leq y \leq 4$ (D) $x = -1 \wedge 2 \leq y \leq 4$

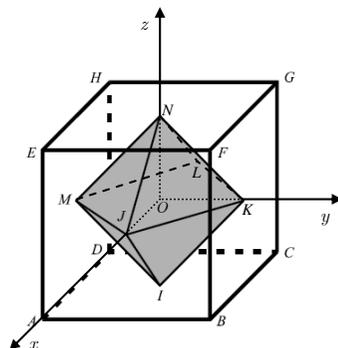


Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura do lado estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, dois poliedros, o cubo $[ABCDEFGH]$ e o seu **dual**, o octaedro $[IJKLMNOP]$.



Sabe-se que:

- a origem do referencial é o centro do cubo;
- o eixo Ox está contido na recta OJ , o eixo Oy está contido na recta OK e o eixo Oz está contido na recta ON ;
- o volume do octaedro é igual a 36 unidades.

1.1. Mostre que o ponto F tem coordenadas $(3, 3, 3)$.

Sugestão

Percorra as seguintes etapas:

• Designando por l o comprimento da aresta do octaedro e por a_p a apótema de uma das duas pirâmides quadrangulares regulares que compõem o octaedro, mostre que $a_p = \frac{\sqrt{3} l}{2}$

• Designando por $2h$ a altura do octaedro, mostre que $h = \frac{\sqrt{2} l}{2}$

• Verifique que $l = 3\sqrt{2}$

• Conclua o pretendido

1.2. Determine as coordenadas do ponto simétrico de E em relação ao plano yOz .

1.3. Considere a seguinte afirmação:

“Se as rectas r e s são ambas **não coplanares** com a recta t , então r e s são concorrentes ou paralelas (entre si).”

Prove que a afirmação anterior é **falsa**, usando rectas que contêm os vértices dos poliedros da figura.

2.

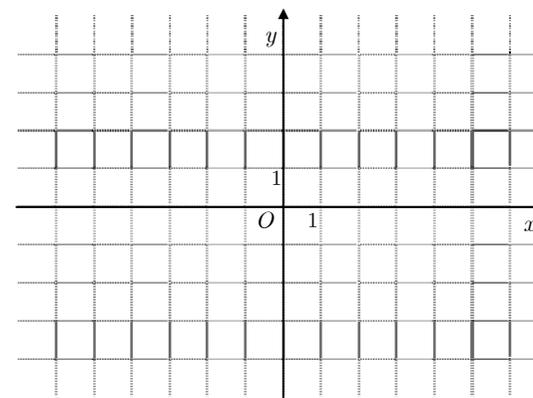
2.1. “- Aos algebristas, porém, que são outros pagãos, acreditam nas ‘fábulas pagãs’ e fazem inferências menos por lapso de memória do que por uma inexplicável perturbação do cérebro. Resumindo, nunca encontrei o matemático puro no qual uma pessoa se pudesse fiar fora das suas raízes iguais, ou aquele que não tivesse clandestinamente por ponto de fé que x^2+px é, absoluta e incondicionalmente, igual a q . Diga a um desses senhores, a título de experiência, se quiser, que acredita na existência de casos em que x^2+px não é totalmente igual a q , e, tendo-o feito entender o significado das suas palavras, fuja depressa do seu alcance, porque ele decerto desenvolverá todos os esforços para o espancar.”

A CARTA ROUBADA, Edgar Allan Poe

Sem usar a calculadora, determine os valores de x de modo que o ponto $P(x^2 + 7x, 10)$ pertença à bissetriz dos quadrantes pares.

2.2. No referencial xOy abaixo, **represente**, a lápis, o conjunto de pontos definidos pela seguinte condição:

$$(x \leq -2 \vee x \geq 2) \wedge y \leq -x$$



3. Ao lado estão duas das pirâmides do planalto de Gizé (no Egito), a pirâmide de Quéfren e maior delas, a pirâmide de Quéops. Quando foram construídas, a primeira tinha um volume aproximado de 1 926 400 metros cúbicos e a segunda 2 585 047 metros cúbicos (respectivamente).



Sabendo que ambas as pirâmides têm uma base quadrada (a de Quéops tem cerca de 230 m de lado) e admitindo que são ambas semelhantes, determine, em metros e arredondado às décimas, o lado da base da pirâmide de Quéfren (se usar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais).

4. O *Hurakan Condor* é uma das grandes atracções do parque de PortAventura (localizado em Salou, Espanha) e consiste num grupo de cadeiras interligadas a 98 metros de altura e que são largadas em queda livre durante algumas dezenas de metros.

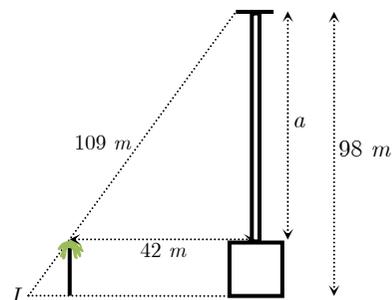


A lolanda não quis ir com o namorado no *Hurakan Condor* de modo que preferiu colocar-se a uma certa distância e fazer algumas medições de modo a determinar a distância percorrida pelo namorado em queda livre.

Assim, sabe-se que a lolanda encontra-se a 109 metros do cimo do *Hurakan Condor* e, a 42 metros deste, encontra-se uma palmeira com a mesma altura do suporte da estrutura.

Tendo em conta os dados da figura, calcule o valor de a (distância percorrida pelas cadeiras em queda livre).

Apresente-o em metros, arredondado às unidades.



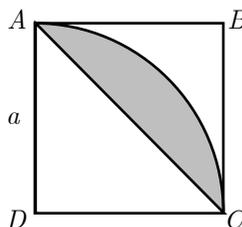
Nota: Sempre que proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

5. Na figura ao lado:

- o quadrado $[ABCD]$ tem lado a ;
- $[AC]$ é uma corda de uma circunferência de raio a ;

Mostre que a área da zona a sombreado é dada por

$$\frac{a^2}{4} (\pi - 2)$$



FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....52	2.....38	3.....20	4.....20	5.....20
	1.1.....24	2.1.....19			
	1.2.....14	2.2.....19			
	1.3.....14				