

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 6

1.º Período 31/10/13 Duração: 90 minutos
 Nome: N.º:
 Classificação: O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correcta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

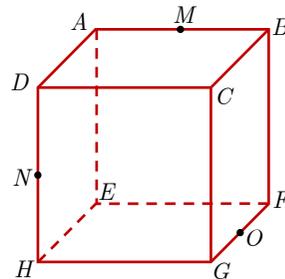
1. Num referencial o.n. xOy , considere o ponto $P(2 + \sqrt{2}, -5)$.

É possível afirmar que P **não pertence** ao plano de condição:

- (A) $y \leq 0$ (B) $y \leq -6$ (C) $x \geq 0$ (D) $x \geq 2$

2. Considere o cubo $[ABCDEFGH]$ representado na figura ao lado. Tal como a figura sugere:

- M é o ponto médio de $[AB]$
- N é o ponto médio de $[DH]$
- O é o ponto médio de $[FG]$



- 2.1. São não complanares as retas:

- (A) AD e BM (B) AD e FG
 (C) AN e BG (D) AN e EH

- 2.2. Suponha que a aresta do cubo é igual a 6 centímetros.

Qual é, em centímetros, o valor do perímetro da secção produzida no cubo pelo plano MNO ?

- (A) $9\sqrt{2}$ (B) $12\sqrt{2}$ (C) $15\sqrt{2}$ (D) $18\sqrt{2}$

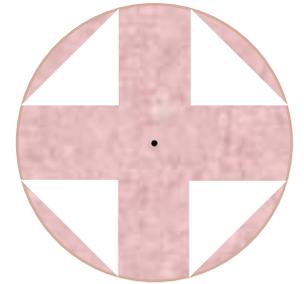
3. “Contou as tatuagens. Uma vespa no pescoço, um círculo à volta de cada tornozelo, um outro à volta do bicipite do braço esquerdo, um símbolo chinês numa coxa e uma rosa na barriga de uma das pernas.”

OS HOMENS QUE ODEIAM AS MULHERES, Stieg Larsson

Na figura junta encontra-se um círculo de raio igual a 2 centímetros e, no seu interior, quatro triângulos isósceles rectângulos cuja hipotenusa é igual ao raio do círculo.

Qual é, em centímetros quadrados, o valor da área da zona colorida?

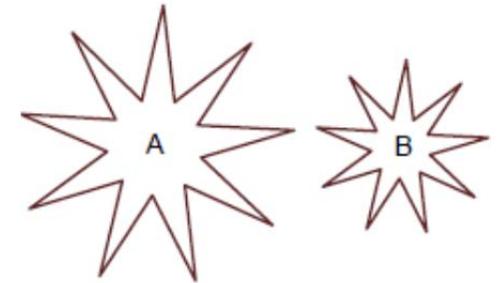
- (A) $2(\pi - 2)$ (B) $2(\pi - 1)$
 (C) $4(\pi - 2)$ (D) $4(\pi - 1)$



4. Os polígonos estrelados da figura são semelhantes e a razão entre a área do polígono A e a área do polígono B é igual a $\sqrt[3]{4}$.

Qual é a razão entre os comprimentos correspondentes dos dois polígonos?

- (A) $\sqrt[3]{4}$ (B) $\sqrt[6]{4}$
 (C) $\sqrt[3]{8}$ (D) $\sqrt[6]{8}$



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. As latas cilíndricas de ervilhas Kero contêm à volta de 900 ervilhas. Sabe-se que a altura dessas latas é igual a 10 cm e o diâmetro da base é igual a 8 cm. Admita que cada ervilha é uma esfera com 6 mm de diâmetro.

- 1.1. Deita-se um líquido conservante numa lata. Supondo que as ervilhas não absorvem o líquido, que quantidade de líquido cabe na lata? Apresente o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às centésimas.

- 1.2. A empresa responsável pretende fazer latas familiares semelhantes à dada mas com uma altura igual a 25 cm. Quantas ervilhas podem existir nesta lata familiar de modo a ter uma configuração semelhante à anterior? A Neuzza fez uns cálculos e acha que não poderão estar mais de 2250 ervilhas. Por outro lado, o Cesaltino também fez uns cálculos e julga que serão, no máximo, 5625 as ervilhas que se podem pôr na lata. Concorda com algum deles? Justifique a resposta.



2. Um semanário português está a comemorar o seu aniversário. Para isso, tem estado a organizar diversas exposições pelo país. Numa dessas exposições, foram utilizadas estruturas como a da figura ao lado, que consiste num cubo com uma parte no interior de um prisma triangular.



- 2.1. O Ismael pretende medir a altura da estrutura (desde a base do prisma triangular até ao vértice do topo do cubo). Para isso, num certo momento, ele mediu a sua sombra (75 cm) e a sombra da estrutura (130 cm).

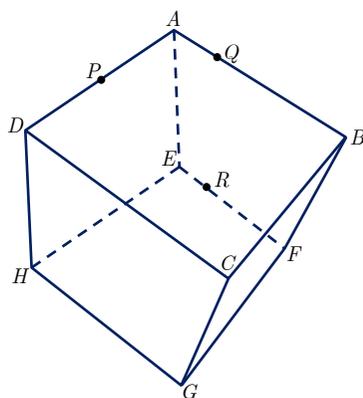
Sabendo que a altura do Ismael é igual a 1,7 metros, qual é a altura da estrutura?

Apresente o resultado em metros arredondados às centésimas.

- 2.2. Considere agora apenas o cubo $[ABCDEFGH]$ da estrutura. Admita que a sua aresta mede 16 dm. Considere ainda os pontos P , Q e R tais que:

- O ponto P é o ponto médio da aresta $[AD]$
- O ponto Q pertence à aresta $[AB]$ e é tal que $\overline{AQ} = 4 \text{ dm}$
- O ponto R pertence à aresta $[EF]$ e é tal que $\overline{ER} = 4 \text{ dm}$

Esboce, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano PQR e determine, em decímetros quadrados, a sua área. Apresente o resultado na forma $a\sqrt{b}$, sendo a e b números reais positivos.

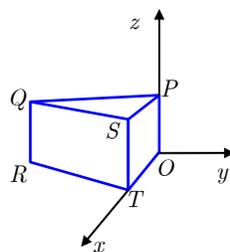


- 2.3. Na figura ao lado encontra-se, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular $[OPQRST]$ da estrutura anterior.

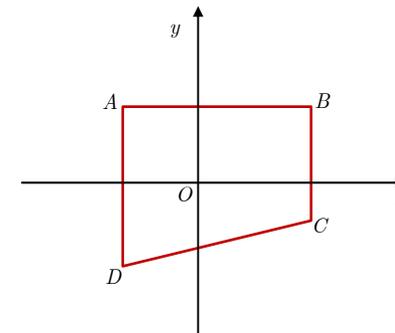
Sabe-se que:

- a base $[ORT]$ é um triângulo equilátero de perímetro 24 e está contida no plano xOy ;
- a altura do prisma é igual a 5;
- $[OP]$ está contido no eixo Oz ;
- $[OT]$ está contido no eixo Ox .

Determine as coordenadas dos pontos T , S e R



3. Na figura ao lado está representado o trapézio retângulo $[ABCD]$ num referencial o.n. xOy . Tal como a figura sugere, as retas AD e BC são paralelas ao eixo Oy e perpendiculares à reta AB .



Sabe-se que:

- O ponto A tem coordenadas $(-2,2)$;
- O ponto C tem coordenadas $(3,-1)$;

- 3.1. Indique as coordenadas do ponto B

- 3.2. Escreva a equação da reta BC

- 3.3. Determine as coordenadas do ponto D sabendo que a área do trapézio $[ABCD]$ é igual a 18

- 3.4. Considere agora o ponto $P(k, k^2 - 106)$ do 2.º quadrante e pertencente à reta AB

Determine o valor de k , apresentando o resultado na forma $a\sqrt{b}$, sendo a e b números reais.

4. Na figura estão representados:

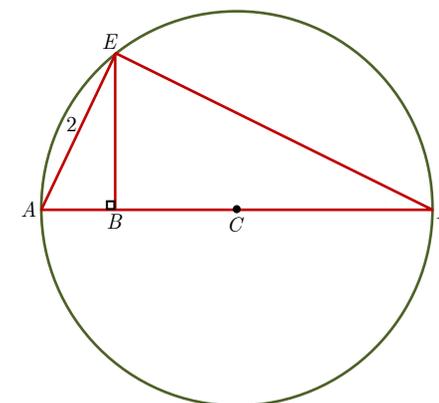
- uma circunferência de centro no ponto C ;
- o triângulo $[ADE]$, inscrito na circunferência e cujo lado maior é o seu diâmetro;
- o triângulo $[ABE]$, sendo B um ponto de $[AD]$;

Sabe-se que:

- $\overline{AE} = 2$
- a reta AD é perpendicular à reta BE

Seja r o raio da circunferência.

Mostre que $\overline{BD} = 2r - \frac{2}{r}$



FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
--------------------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....32	2.....48	3.....54	4.....16
	1.1.....16	2.1.....16	3.1.....11	
	1.2.....16	2.2.....16	3.2.....11	
		2.3.....16	3.3.....16	
			3.4.....16	

Formulário

Fórmula resolvente para equações do 2.º grau

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Sector circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$
(r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$
(r – raio)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)