

Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____

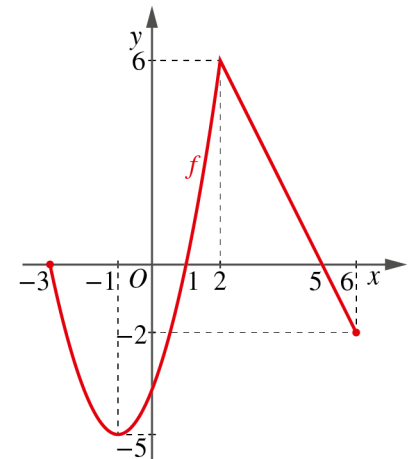
Data: ____ - ____ - ____

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

1. Na figura está representada uma função f de domínio $[-3, 6]$.

Sabe-se que:

- os zeros de f são: -3 , 1 e 5 ;
- para $x \in [2, 6]$ a representação gráfica é um segmento de reta.



1.1. A função f é injetiva? Justifica.

1.2. Observa a representação gráfica e indica qual das seguintes afirmações é **falsa**.

(A) $f(-\sqrt{2}) < f(-\sqrt{3})$

(B) $f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{3}{2}\right) < 0$

(C) $f\left(\frac{3}{2}\right) - f(-2) < 0$

(D) $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

1.3. Indica para que valores de k a equação $f(x) = k$ tem exatamente duas soluções.

1.4. O ponto P pertence ao gráfico de f e tem abcissa 3.

Determina a ordenada de P .

1.5. Considera a função g definida por $g(x) = f(x-2)$.

Em relação à função g , indica o domínio e constrói um quadro de sinais.

1.6. Seja h a função definida por $h(x) = -f(2x)$.

Descreve as transformações para obter o gráfico de h a partir do gráfico de f e indica o contradomínio da função h .

2. Dadas duas funções f e g , sabe-se que o gráfico da função g obtém-se a partir do gráfico da função f , aplicando-lhe uma translação de vetor $\vec{u}(-2, 3)$.

Qual das afirmações é verdadeira?

- (A) $g(x) = 3f(x-2)$ (B) $g(x) = 3 - f(x-2)$
(C) $g(x) = 3 + f(x+2)$ (D) $g(x) = 2 + f(x+3)$

3. Numa localidade há duas empresas de táxis, A e B .

Os preços praticados por estas empresas estão indicados na figura seguinte:



Para um cliente com bagagem, que faça uma deslocação de x quilómetros, considera as funções f e g tais que:

- $f(x)$ é o preço, em euros, praticado pela empresa A ;
- $g(x)$ é o preço, em euros, praticado pela empresa B .

- 3.1. Para cada uma das funções, f e g , indica a expressão algébrica que a define.

- 3.2. O sr. Silva vai utilizar um táxi, sem bagagem, para o transportar até à estação de comboio.

O preço a pagar é igual seja qual for a empresa que escolha.

Determina, em quilómetros, a distância que o sr. Silva vai percorrer até à estação.

4. Numa experiência laboratorial, a temperatura de uma substância, em graus Celsius, t horas após o início da experiência, é dada pela função h , sendo $h(t) = 7,025t - 8,5$.



- 4.1. Determina a temperatura da substância no início da experiência.

- 4.2. Recorre às capacidades gráficas da calculadora e resolve o seguinte problema.

“Qual foi o tempo de duração da experiência, sabendo que esta terminou quando a temperatura da substância atingiu 30 graus Celsius?”

Apresenta o resultado em horas e minutos, sendo os minutos arredondados às unidades.”

Na tua resolução deves apresentar:

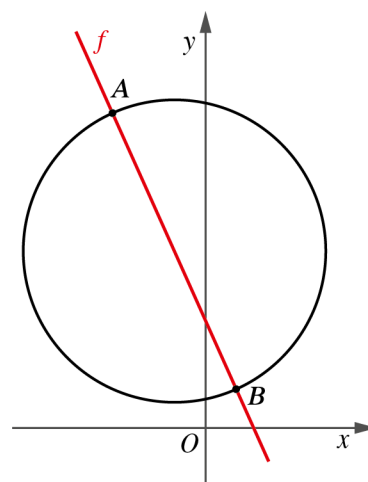
- a equação que traduz o problema;
- o referencial e as representações gráficas em que a janela de visualização deve ser:

X: $[0, 7]$ e Y: $[-10, 40]$

5. Considera a função f , real de variável real, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -2x + 3$.

Sabe-se que os pontos A e B pertencem ao gráfico de f e a ordenada de cada um deles é igual ao quadrado da respetiva abcissa.

Determina, na forma reduzida, a equação da circunferência de diâmetro $[AB]$.



FIM

| | Cotações | | | | | | | | | | | | |
|----------|----------|------|------|------|------|------|----|------|------|------|------|----|-------|
| Questões | 1.1. | 1.2. | 1.3. | 1.4. | 1.5. | 1.6. | 2. | 3.1. | 3.2. | 4.1. | 4.2. | 5. | Total |
| Pontos | 15 | 15 | 15 | 20 | 15 | 15 | 15 | 18 | 20 | 14 | 18 | 20 | 200 |

1.1. A função é não injetiva, pois admite objetos diferentes com a mesma imagem.

Por exemplo, $1 \neq 5$ e $f(1) = f(5) = 0$.

1.2. A opção (C), $f\left(\frac{3}{2}\right) - f(-2) < 0$, é falsa.

Repara que $f\left(\frac{3}{2}\right) - f(-2) = f\left(\frac{3}{2}\right) + (-f(-2))$, sendo $f\left(\frac{3}{2}\right) > 0$ e $-f(-2) > 0$.

Então, $f\left(\frac{3}{2}\right) - f(-2) > 0$.

Resposta: Opção (C)

1.3. A equação $f(x) = k$ tem exatamente duas soluções se e só se $k \in]-5, -2[\cup]0, 6[$.

Resposta: $k \in]-5, -2[\cup]0, 6[$

1.4. Se $x \in [2, 6]$, a expressão de $f(x)$ é do tipo $f(x) = mx + b$.

Seja $y = mx + b$ a reta que passa pelos pontos $A(2, 6)$ e $B(6, -2)$.

$$\overline{AB} = B - A = (4, -8)$$

Declive da reta: $m = \frac{-8}{4} = -2$

$$y = -2x + b$$

Como o ponto A pertence à reta, tem-se $6 = -2 \times 2 + b$. Daqui resulta que $b = 10$.

Se $x \in [2, 6]$, $f(x) = -2x + 10$.

Para o ponto P de abcissa 3, $f(3) = -2 \times 3 + 10 = 4$

Resposta: A ordenada do ponto P é 4.

1.5. O gráfico de g obtém-se a partir do gráfico de f por uma translação de vetor $\vec{u}(2, 0)$.

Assim, o domínio de g é $[-1, 8]$.

| | | | | | | | |
|--------|----|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | | 3 | | 7 | | 8 |
| $g(x)$ | 0 | - | 0 | + | 0 | - | - |

1.6. $h(x) = -f(2x)$

O gráfico de h obtém-se a partir do gráfico de f por uma contração horizontal de fator $\frac{1}{2}$, seguida de uma reflexão de eixo Ox .

Assim, o contradomínio da função h é $[-6, 5]$.

Resposta: $D'_h = [-6, 5]$

2. O gráfico de g pode ser obtido a partir do gráfico de f , aplicando-lhe a composta de duas translações, uma de vetor $(-2, 0)$ e outra de vetor $(0, 3)$. A expressão correspondente é $g(x) = 3 + f(x + 2)$.

Resposta: Opção (C)

3.1. $f(x) = 0,75x + 2,5 + 2 = 0,75x + 4,5$

- $f(x) = 0,75x + 4,5$

$$g(x) = 0,9x + 1,75 + 0 = 0,9x + 1,75$$

- $g(x) = 0,9x + 1,75$

Resposta: $f(x) = 0,75x + 4,5$ e $g(x) = 0,9x + 1,75$

3.2. Preço a pagar na empresa A, sem bagagem: $f(x) - 2 = 0,75x + 2,5$

Preço a pagar na empresa B, sem bagagem: $g(x) = 0,9x + 1,75$

Sendo o custo igual, tem-se: $0,75x + 2,5 = 0,9x + 1,75$

$$0,75x + 2,5 = 0,9x + 1,75 \Rightarrow 0,75x - 0,9x = 1,75 - 2,5 \Leftrightarrow -0,15x = -0,75 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{0,75}{0,15} \Leftrightarrow x = 5$$

Resposta: A distância a percorrer até à estação é 5 km.

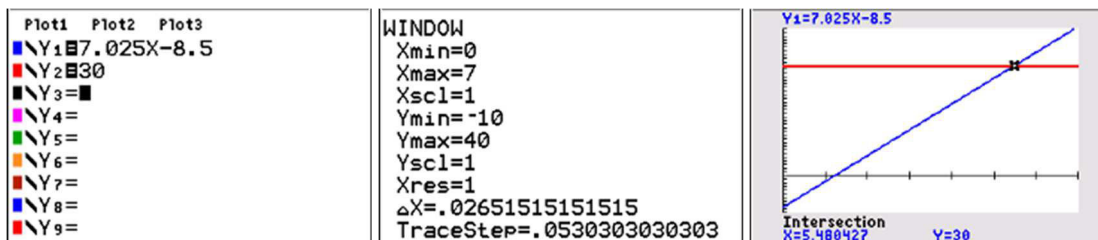
4.1. Sendo $h(t) = 7,025t - 8,5$.

Para $t = 0$ obtém-se $h(0) = -8,5$.

Resposta: A temperatura no início da experiência era de $-8,5$ °C.

4.2. Pretende-se obter o valor de t para o qual $h(t) = 30$.

Inserem-se na calculadora as expressões de cada um dos membros da equação, define-se a janela dada e identifica-se a abcissa do ponto de interseção das duas representações gráficas obtidas.



Conclui-se que, aproximadamente ao fim de 5,48 horas, a temperatura da substância atinge os 30 °C.

Em horas e minutos, obtém-se 5,48 h \approx 5 h 29 min.

Resposta: A duração da experiência foi de 5 h 29 min.

5. As coordenadas dos pontos A e B são do tipo $(x, f(x))$, sendo $f(x) = x^2$.

$$f(x) = x^2 \Leftrightarrow x^2 = -2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$$

- $B(1, 1^2)$, ou seja, $B(1, 1)$.
- $A(-3, (-3)^2)$, ou seja, $A(-3, 9)$.

O centro da circunferência é o ponto C , ponto médio de $[AB]$.

$$C\left(\frac{1-3}{2}, \frac{1+9}{2}\right), \text{ ou seja, } C(-1, 5).$$

$$\text{Seja } r \text{ o raio da circunferência: } r = \overline{CB} = \sqrt{(1+1)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{20}$$

$$\text{Equação da circunferência: } (x+1)^2 + (y-5)^2 = 20$$

$$\text{Resposta: } (x+1)^2 + (y-5)^2 = 20$$

Fim