www.esffranco.edu.pt
(2016/2017)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

1.º Período 25/11/16 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: , O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

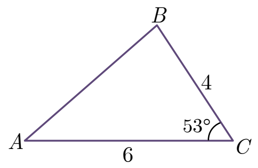
Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere o triângulo $[ABC]$ ao lado. Tal como é sugerido:

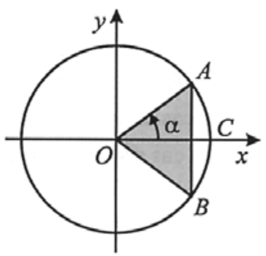
- $\overline{AC} = 6$;
- $\overline{BC} = 4$;
- $A\hat{C}B = 53°$.



Qual é, arredondado às décimas, o valor de $\overline{AB}$?

(A) $4,7$ **(B)** $4,8$ **(C)** $4,9$ **(D)** $5,0$

2. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy, a circunferência trigonométrica e um triângulo $[OAB]$.



Os pontos A e B pertencem à circunferência;

O segmento $[AB]$ é perpendicular ao semieixo positivo Ox;

O ponto C é o ponto de intersecção da circunferência com o semieixo positivo Ox.

Seja α a amplitude do ângulo COA $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

Qual das expressões seguintes dá o perímetro do triângulo $[OAB]$, em função de α ?

(A) $\operatorname{sen}\alpha + 2\cos\alpha$ **(B)** $\cos\alpha + 2\operatorname{sen}\alpha$ **(C)** $2 + 2\operatorname{sen}\alpha$ **(D)** $2 + 2\cos\alpha$

(Adaptado do Exame Nacional de Matemática, 2.ª chamada de 2002)

3. Indique, no intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, o conjunto solução da inequação $\sqrt{3}\,\operatorname{tg}(x) \geq -3$.

(A) $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$ **(B)** $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}\right]$

(C) $\left]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$ **(D)** $\left[-\frac{\pi}{3}, 0\right[\cup \left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$

4. Considere os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tais que $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 8$ e $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = 150°$.

Qual é o valor de $(3\vec{u}) \cdot (-\vec{u} + 2\vec{v})$?

(A) $-12 - 48\sqrt{3}$ **(B)** $-12 - 96\sqrt{3}$ **(C)** $-36\sqrt{3}$ **(D)** $-84\sqrt{3}$

5. Dado $k \in \mathbb{R}$ e fixado um referencial o.n. no espaço, sejam $\vec{u}(2, -k, 5)$ e $\vec{v}(3k, k+1, 0)$ dois vetores tais que $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Quais são os valores possíveis de k?

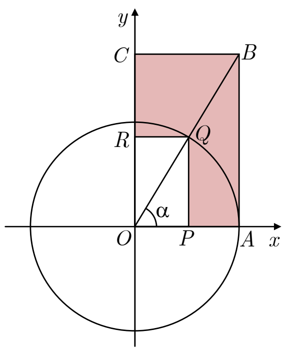
(A) -1 e 3 **(B)** -1 e 5 **(C)** 0 e 3 **(D)** 0 e 5

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, na figura ao lado, a circunferência trigonométrica e o polígono não convexo $[ABCRQP]$.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1,0)$;
- o ponto B pertence ao primeiro quadrante e tem a mesma abcissa de A;
- o ponto C pertence ao eixo Oy e tem a mesma ordenada de B;
- o ponto P pertence ao segmento $[OA]$;
- o ponto Q pertence à semirreta $\dot{O}B$ e à circunferência e tem a mesma abcissa de P;
- o ponto R pertence ao eixo Oy e tem a mesma ordenada de Q.

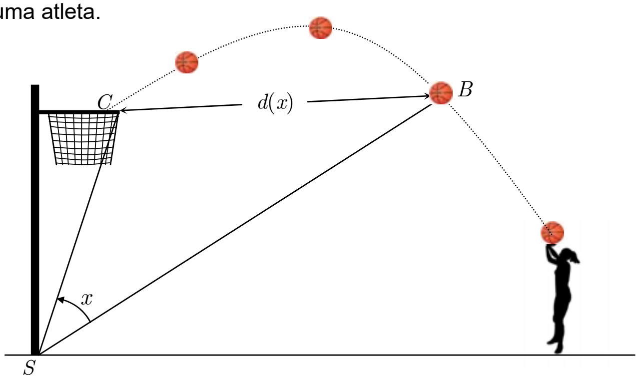
Seja α a amplitude do ângulo POQ $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

1.1. Mostre que a área do polígono $[ABCRQP]$, representado a sombreado, é dada, em função de α, por $\operatorname{tg}\alpha \times \operatorname{sen}^2\alpha$

1.2. Determine a área do polígono $[ABCRQP]$ se $\alpha = \operatorname{arcsen}\left(\frac{\sqrt{8}}{3}\right)$.

2. Na figura está representada a trajetória de uma bola de basquetebol, depois de ter sido lançada por uma atleta.



Sabe-se que:

- O ponto S representa a base do cesto de basquetebol;
- O ponto C representa o cesto de basquetebol;
- O ponto B representa a posição da bola num certo instante.

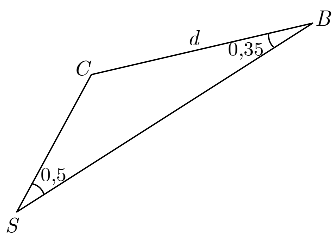
Admita que a distância da bola ao cesto depois de lançada foi dada, em função de x, por

$d(x) = 1,7 + 4\cos(1,54x)$ com $x \in [0;1,3]$

onde x é a amplitude, em radianos, do arco BSC.

2.1. Num certo instante, a bola encontra-se a uma distância d do cesto C, como ilustrado na figura ao lado. Tal como também se pode ver nessa figura:

- $B\hat{S}C = 0,5$ rad;
- $C\hat{B}S = 0,35$ rad.



Qual é a distância do cesto à sua base $(\overline{SC})$?

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

2.2. Num outro instante, a distância da bola ao cesto é $2,5$ metros.

Recorra à calculadora para determinar graficamente a solução da equação que lhe permite determinar a amplitude x.

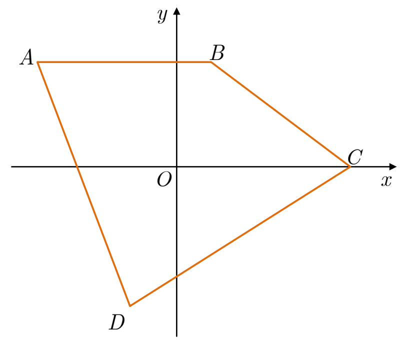
Apresente o resultado em radianos, arredondado às décimas.

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s).

3. Considere a função, de domínio $\left]\frac{1}{8}, \frac{5}{8}\right[$, definida por $f(x) = \operatorname{tg}(2\pi x) - 3$.

Sem recorrer à calculadora, determine o(s) valor(es) da(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de interseção do gráfico de f com a reta de equação $y = -4$.

4. No referencial o.n. xOy da figura está representado o papagaio $[ABCD]$.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-4,3)$;
- o ponto B tem coordenadas $(1,3)$;
- o ponto C tem coordenadas $(5,0)$;
- o ponto D tem ordenada -4.

4.1. Seja α a inclinação da reta BC.

4.1.1. Justifique que o declive de BC é $-\frac{3}{4}$.

4.1.2. Determine um valor aproximado, à décima do radiano, para α.

4.1.3. Sem usar a calculadora, determine $\cos\alpha$.

4.2. Determine um valor aproximado, em graus e com arredondamento às unidades, a amplitude do ângulo formado pelos vetores $\vec{u}(-2,5)$ e $\overrightarrow{AC}$.

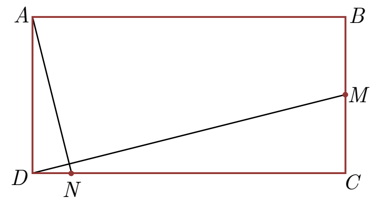
4.3. Determine a abcissa do ponto D sabendo que os vetores $\vec{v}(3,-1)$ e $\overrightarrow{BD}$ são perpendiculares.

5. Resolva, usando processos analíticos, <u>o item **5.1.** ou o item **5.2.**</u>.

5.1. Considere a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{3x}{\pi}\right)$.

Prove que g é uma função periódica e indique o período positivo mínimo.

5.2. Na figura está representado o retângulo $[ABCD]$.



Sabe-se que:

- M é o ponto médio do segmento $[BC]$;
- N é um ponto do segmento $[DC]$ tal que $\overline{DN} = \frac{\overline{DC}}{8}$;
- $\overline{AD} = a > 0$;
- $\overline{AB} = 2a$.

Prove que $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{DM}$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (160 pontos)	**1.**..............**36** **1.1.**..18 **1.2.**..18	**2.**..............**26** **2.1.**..13 **2.2.**..13	**3.**..............**13**	**4.**..............**72** **4.1.1.**...10 **4.1.2.**...13 **4.1.3.**...18 **4.2.**.....18 **4.3.**.....13	**5.**..............**13**