

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

1.º Período 19/10/16 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Na figura, está representado o pentágono $[ABCDE]$ inscrito numa circunferência de centro O .

Sabe-se que:

- $[DA]$ é um diâmetro da circunferência;
- $[DOC]$, $[COB]$ e $[BOA]$ são triângulos equiláteros.

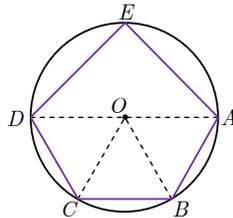
1.1. Sendo $\hat{O}A$ o lado origem de um ângulo, o lado extremidade do ângulo de amplitude 3690° é:

- (A) $\hat{O}A$ (B) $\hat{O}E$ (C) $\hat{O}D$ (D) $\hat{O}B$

1.2. Dado um certo ângulo generalizado, sabe-se que os seus lados origem e extremidade são, respetivamente, $\hat{O}A$ e $\hat{O}C$.

Qual dos seguintes não pode representar esse ângulo generalizado?

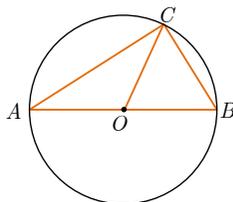
- (A) O ângulo definido por $(240^\circ, 2)$ (B) O ângulo definido por $(-60^\circ, -5)$
 (C) O ângulo de amplitude 960° (D) O ângulo de amplitude -1200°



2. Considere o triângulo $[ABC]$ inscrito na circunferência de centro O e diâmetro $[AB]$.

Sabendo que a amplitude do ângulo BAC é $0,18\pi$ radianos, qual é, em graus e em minutos, a amplitude do ângulo BOC ?

- (A) $28^\circ 22'$ (B) $32^\circ 24'$
 (C) $56^\circ 44'$ (D) $64^\circ 48'$

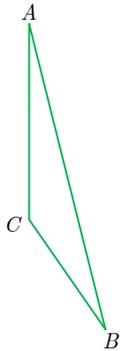


3. Do triângulo $[ABC]$ da figura do lado, sabe-se que:

- $\overline{AB} = 8$ cm;
- $\overline{AC} = 5$ cm;
- $\hat{ABC} = 21^\circ$.

Sabendo que o ângulo ACB é obtuso, qual é, arredondado às unidades, a sua amplitude?

- (A) 33° (B) 35°
 (C) 145° (D) 147°



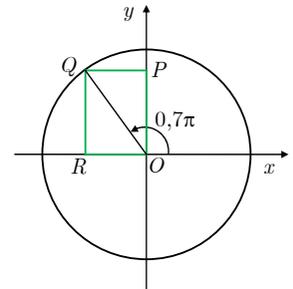
4. Na figura está representada a circunferência trigonométrica e o retângulo $[OPQR]$.

Tal como a figura sugere:

- O é a origem do referencial, P pertence ao semieixo positivo Oy , Q pertence à circunferência e R pertence ao semieixo negativo Ox ;
- a amplitude, em radianos, que o segmento $[OQ]$ faz com o semieixo positivo Ox é $0,7\pi$ radianos.

Qual é o valor, arredondado às centésimas, do perímetro do retângulo $[OPQR]$?

- (A) 0,32 (B) 0,44 (C) 2,57 (D) 2,79



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a expressão $A = \frac{\sin(\pi-\alpha) - \cos(\alpha-\pi) + \cos(\frac{\pi}{2}+\alpha) + 2\sin(\frac{4\pi}{3})}{\operatorname{tg}(\frac{9\pi}{4})}$

Resolva os itens seguintes sem usar a calculadora.

1.1. Mostre que $A = \sqrt{3} - \cos \alpha$.

1.2. Determine A se $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3} \wedge \alpha \in \left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$.

2. Considere, na figura ao lado, os triângulos $[ABC]$, retângulo em B , e $[CDE]$, obtusângulo em D , onde se sabe que:

- os segmentos $[AE]$ e $[BD]$ interseitam-se no ponto C ;
- $\overline{AC} = 3$;
- $\overline{BC} = 2$;
- $\overline{CD} = 4$;
- $\overline{CE} = 9$.

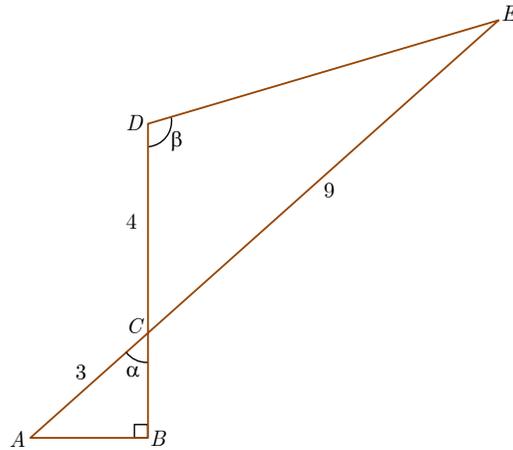
Sejam α a amplitude do ângulo ACB e β a amplitude do ângulo CDE .

Sem recorrer à calculadora (exceto para cálculos numéricos), determine:

2.1. $\text{sen } \alpha$;

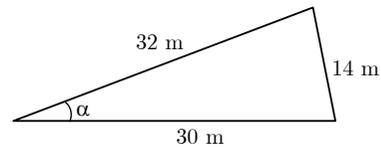
2.2. $\text{tg } \beta$ se $\text{sen } \beta = \frac{\sqrt{45}}{7}$;

2.3. \overline{DE} .



3. Juntamente com os seus amigos, o Aureliano está a passear pelo oceano Atlântico com o seu catamaran.

3.1. Num certo instante, o catamaran, que tem 32 metros de largura, está ligeiramente inclinado, segundo um ângulo de amplitude α (em graus).



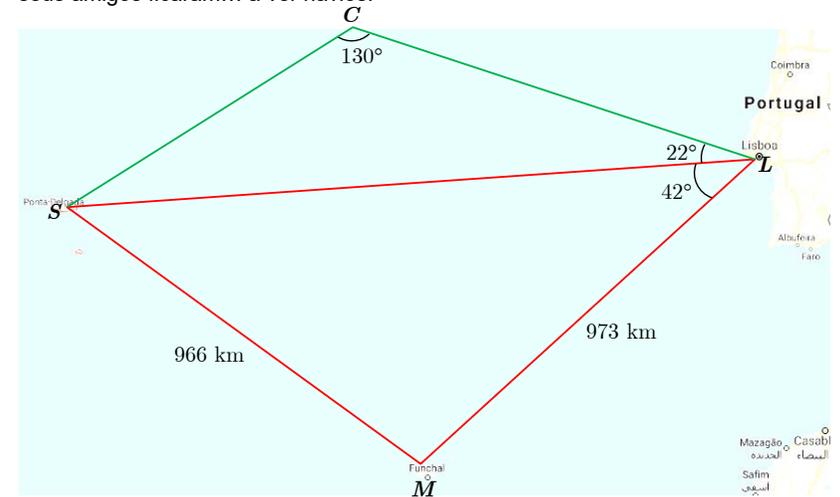
Admita que, nesse instante:

- a sombra do catamaran no mar mede 30 metros;
- a distância do ponto mais alto do casco até ao extremo mais próximo da sombra mede 14 metros.

Calcule o valor de α . Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

3.2. Num certo dia de verão, o catamaran avariou-se num local do oceano e o Aureliano e os seus amigos ficaram... a ver navios.



Eles tinham noção de que estavam mais próximos da ilha de São Miguel (ponto S da figura) do que da ilha da Madeira (ponto M) ou mesmo de Lisboa (ponto L).

Atendendo a que o ponto C representa o catamaran do Aureliano, eles sabem que:

- a distância da Madeira a São Miguel é 966 km;
- a distância da Madeira a Lisboa é 973 km;
- $\hat{S}LM = 42^\circ$;
- $\hat{S}LC = 22^\circ$;
- $\hat{S}CL = 130^\circ$.

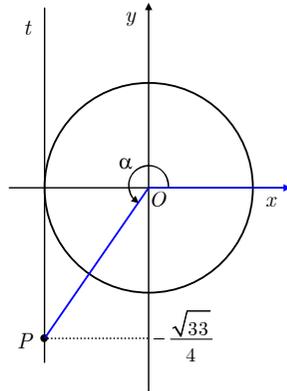
Determine a distância de C a S .

Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às décimas.

Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

4. Na circunferência trigonométrica da figura, considere:

- a reta t , tangente à circunferência no ponto de coordenadas $(-1,0)$
- o ângulo de amplitude α , assinalado na figura e que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e lado extremidade a semirreta \hat{OP} , sendo P um ponto de t de ordenada $-\frac{\sqrt{33}}{4}$



Sem recorrer à calculadora, determine o valor de:

4.1. $\text{tg}(\pi - \alpha)$;

4.2. $\cos(\pi + \alpha)$.

5. Resolva, usando processos analíticos, o item 5.1. ou o item 5.2.

5.1. Considere o triângulo isósceles $[ABC]$ da figura ao lado.

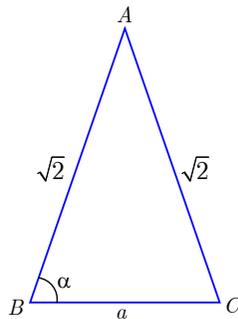
Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \overline{AC} = \sqrt{2}$;
- $\overline{BC} = a$.

Seja α a amplitude do ângulo ABC .

Mostre que $a = 2\sqrt{1+\cos(2\alpha)}$.

Sugestão: utilize o teorema de Carnot.



5.2. Dada a expressão a seguir, mostre que, para todo o x , se tem, no seu domínio:

$$\frac{(\text{tg}^2 x + 1)(\text{sen}^3 x - \text{sen} x \cos^2 x)}{\text{tg}^2 x - 1} = \text{sen} x$$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
--------------------------------	------------------------	---

Grupo II (160 pontos)	1.....36	2.....42	3.....36	4.....28	5.....18
	1.1.....18	2.1.....10	3.1.....14	4.1.....10	
	1.2.....18	2.2.....18	3.2.....22	4.2.....18	
		2.3.....14			