

Mini-teste de Matemática – 11.º 25

Março de 2016

Módulo 7 – Otimização (A10)

Taxa de variação, problemas de otimização

2.º Período

Duração: 30 min.

Nome:

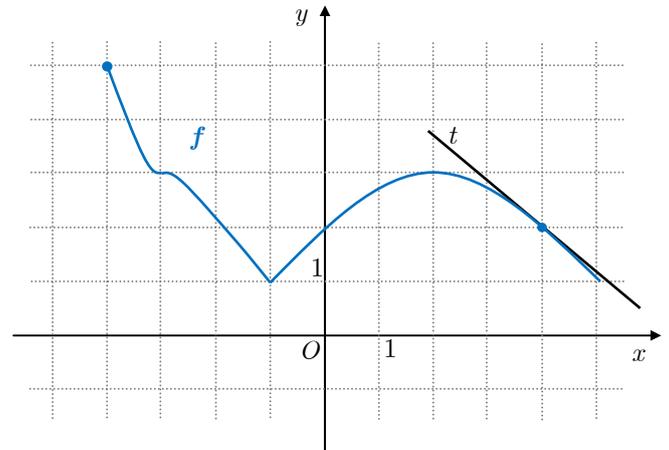
N.º:

Classificação:

O professor :

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
Sempre que utilizar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

1. Na figura ao lado, encontra-se, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f de domínio $[-4, +\infty[$



1.1. Tal como a figura sugere, a reta t é tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 4

Indique, justificando, qual dos seguintes pode ser o valor de $f'(4)$

(I) $-0,9$

(II) 0

(III) $1,1$

1.2. Preencha a tabela seguinte com as conclusões sobre o sinal da função f' , derivada de h

x	
Monotonia de f	
Sinal de f'	

2. Considere o gráfico da função definida por $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ no referencial o.n. xOy do lado e o retângulo $[OPQR]$

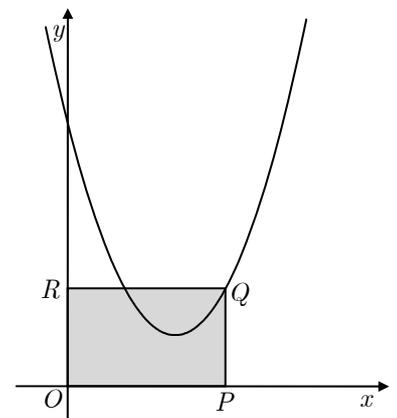
Sabe-se que:

- P é um ponto do eixo Ox e tem abscissa $x > 0$
- Q pertence ao gráfico de g e tem abscissa igual à do ponto P
- R é um ponto do eixo Oy e tem ordenada igual à do ponto P

Seja h a função que faz corresponder, à abscissa x do ponto P , o perímetro do retângulo $[OPQR]$

2.1. Mostre que $h(x) = 2x^2 - 6x + 10$

2.2. Determine o valor de x que minimiza o perímetro do retângulo $[OPQR]$ e esse perímetro mínimo.

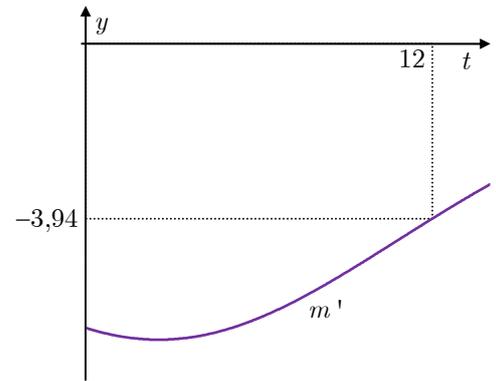


3. Num parque natural, há uma espécie protegida de lincos afetada por uma doença.

Sabe-se que, t meses após o início de 2015, o número de exemplares de lincos machos é dado pela função m

Ao lado, encontra-se ilustrado o gráfico da função m' , derivada de m

Nesse gráfico, está também o ponto de abscissa 12 e ordenada $-3,94$



3.1. Das afirmações a seguir, indique as verdadeiras.

- (i) A taxa de variação da função m em $t = 12$ é igual a $-3,94$
- (ii) A taxa média de variação da função m em $[0,12]$ é igual a $-3,94$
- (iii) No instante em que se completou um ano após o início da contagem, o número de lincos machos estava a diminuir à razão de 4 exemplares por mês (aproximadamente).
- (iv) No instante em que se completou um ano após o início da contagem, havia menos 4 exemplares (aproximadamente) de lincos machos.

3.2. Baseando-se no gráfico dado, estude a função m quanto à monotonia e interprete-a no contexto deste problema.

4. No início do ano de 1995, começaram a ser implementadas diversas medidas para diminuir a concentração de uma substância poluente na água de um lago e, assim, melhorar a qualidade da água desse lago.

Admita que a concentração da substância poluente, C , em miligramas por metro cúbico de água, t anos após o início do ano de 1995, é dada por

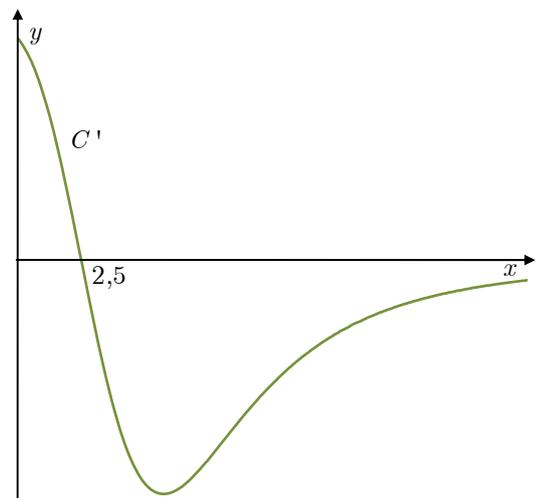
$$C(t) = \frac{600}{0,16t^2 - 0,8t + 6} \text{ para } t \geq 0$$

4.1. Calcule e interprete, no contexto do problema, a taxa média de variação de C no intervalo $[0,9]$
 Apresente o resultado arredondado às décimas.

4.2. Considere o gráfico da função C' , derivada da função C
 Tal como o gráfico sugere, C' tem um zero de abscissa 2,5

Baseando-se nesse gráfico:

- 4.2.1. Estude a função C quanto à monotonia e indique em que ano a concentração da substância poluente foi máxima/mínima.
- 4.2.2. Determine, em miligramas por metro cúbico de água, a concentração máxima/mínima da substância poluente.



(Adaptado do Exame Nacional de Matemática B de 2011 – 2.ª fase)

FIM

Questões	1	2	3	4
Cotações	14	25	14	25
	33	25	25	25
				14