Novo Espaço – Matemática 9.º ano

Proposta de Teste [novembro - 2017]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\dfrac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\dfrac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\dfrac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

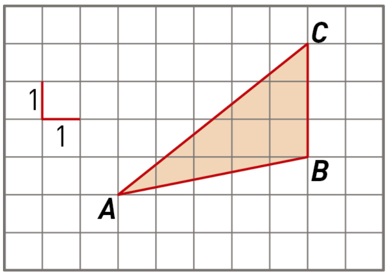
Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175
2	0,0349	0,9994	0,0349
3	0,0523	0,9986	0,0524
4	0,0698	0,9976	0,0699
5	0,0872	0,9962	0,0875
6	0,1045	0,9945	0,1051
7	0,1219	0,9925	0,1228
8	0,1392	0,9903	0,1405
9	0,1564	0,9877	0,1584
10	0,1736	0,9848	0,1763
11	0,1908	0,9816	0,1944
12	0,2079	0,9781	0,2126
13	0,2250	0,9744	0,2309
14	0,2419	0,9703	0,2493
15	0,2588	0,9659	0,2679
16	0,2756	0,9613	0,2867
17	0,2924	0,9563	0,3057
18	0,3090	0,9511	0,3249
19	0,3256	0,9455	0,3443
20	0,3420	0,9397	0,3640
21	0,3584	0,9336	0,3839
22	0,3746	0,9272	0,4040
23	0,3907	0,9205	0,4245
24	0,4067	0,9135	0,4452
25	0,4226	0,9063	0,4663
26	0,4384	0,8988	0,4877
27	0,4540	0,8910	0,5095
28	0,4695	0,8829	0,5317
29	0,4848	0,8746	0,5543
30	0,5000	0,8660	0,5774
31	0,5150	0,8572	0,6009
32	0,5299	0,8480	0,6249
33	0,5446	0,8387	0,6494
34	0,5592	0,8290	0,6745
35	0,5736	0,8192	0,7002
36	0,5878	0,8090	0,7265
37	0,6018	0,7986	0,7536
38	0,6157	0,7880	0,7813
39	0,6293	0,7771	0,8098
40	0,6428	0,7660	0,8391
41	0,6561	0,7547	0,8693
42	0,6691	0,7431	0,9004
43	0,6820	0,7314	0,9325
44	0,6947	0,7193	0,9657
45	0,7071	0,7071	1,0000

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
46	0,7193	0,6947	1,0355
47	0,7314	0,6820	1,0724
48	0,7431	0,6691	1,1106
49	0,7547	0,6561	1,1504
50	0,7660	0,6428	1,1918
51	0,7771	0,6293	1,2349
52	0,7880	0,6157	1,2799
53	0,7986	0,6018	1,3270
54	0,8090	0,5878	1,3764
55	0,8192	0,5736	1,4281
56	0,8290	0,5592	1,4826
57	0,8387	0,5446	1,5399
58	0,8480	0,5299	1,6003
59	0,8572	0,5150	1,6643
60	0,8660	0,5000	1,7321
61	0,8746	0,4848	1,8040
62	0,8829	0,4695	1,8807
63	0,8910	0,4540	1,9626
64	0,8988	0,4384	2,0503
65	0,9063	0,4226	2,1445
66	0,9135	0,4067	2,2460
67	0,9205	0,3907	2,3559
68	0,9272	0,3746	2,4751
69	0,9336	0,3584	2,6051
70	0,9397	0,3420	2,7475
71	0,9455	0,3256	2,9042
72	0,9511	0,3090	3,0777
73	0,9563	0,2924	3,2708
74	0,9613	0,2756	3,4874
75	0,9659	0,2588	3,7321
76	0,9703	0,2419	4,0108
77	0,9744	0,2250	4,3315
78	0,9781	0,2079	4,7046
79	0,9816	0,1908	5,1445
80	0,9848	0,1736	5,6713
81	0,9877	0,1564	6,3138
82	0,9903	0,1392	7,1154
83	0,9925	0,1219	8,1443
84	0,9945	0,1045	9,5144
85	0,9962	0,0872	11,4301
86	0,9976	0,0698	14,3007
87	0,9986	0,0523	19,0811
88	0,9994	0,0349	28,6363
89	0,9998	0,0175	57,2900

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

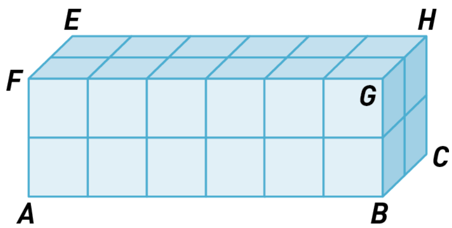
1. Na figura, sobre uma base quadriculada está representado o triângulo [*ABC*].
Toma-se para unidade de medida do comprimento o lado de cada quadrícula.



Um dos seguintes números é uma aproximação do valor de $\overline{AC} - \overline{AB}$ com um erro inferior a 0,1.
(indica a opção correta)

(A) 1,2 **(B)** 1,38 **(C)** 1,19 **(D)** 1,5

2. Na figura está representado um prisma reto [*ABCDEFGH*] constituído por 24 cubos geometricamente iguais.



Fixada uma unidade de comprimento, sabe-se que o volume do prisma é igual a 81 (unidades de volume).

2.1. Determina $\overline{BF}$. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

2.2. Utilizando as letras assinaladas na figura, indica dois planos concorrentes não perpendiculares cuja interseção seja a reta *AB*.

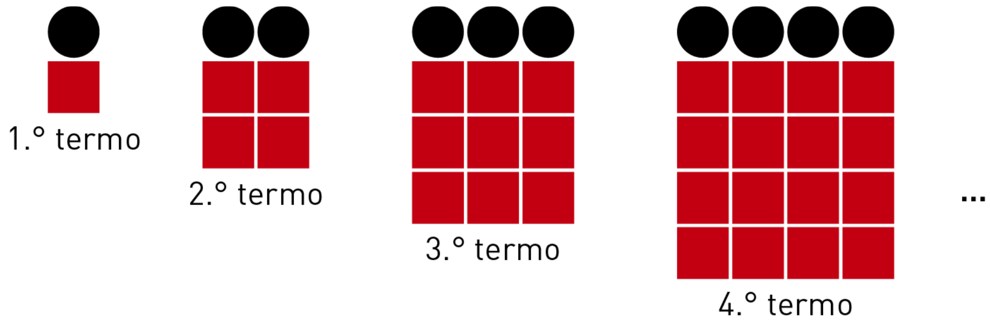
3. Na figura, está representada a reta real e nela marcados os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* e *H*, tais que: $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = 1$

Seja *d* a abcissa do ponto *D* e *x* a altura de um triângulo equilátero em que a medida do perímetro é 6.

Seja *P* o ponto da reta numérica cuja abcissa é igual a $d + 2x$.

Indica o segmento de reta a que pertence o ponto *P*, sendo os extremos do segmento de reta dois pontos consecutivos assinalados na reta numérica.

4. Na figura estão representados os quatros primeiros termos de uma sequência de figuras com 50 termos.



Sabe-se que:
- em cada figura, o número de círculos é igual ao número correspondente à ordem da figura;
- em cada figura, o número de quadrados é igual ao quadrado do número de círculos.

4.1. Determina o número de quadrados que há na figura de ordem 35.

4.2. Uma das figuras tem 2209 quadrados. Determina o número de círculos dessa figura.

4.3. Existe na sequência alguma figura em que a soma do número de círculos com o número de quadrados seja 600?
Explica a tua resposta.

FIM (Caderno 1)

Item							
Cotações (em pontos)							
1.	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**Total**
5	6	4	6	4	4	6	**35**

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

5. Considera o conjunto $M = \left\{x \in \mathbb{R} : \ |x| \leq \frac{5}{2}\right\} \cap \mathbb{Z}$.
Qual dos seguintes conjuntos é igual a *M* ?

(A) $\{0, 1, 2\}$ **(B)** $\left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$ **(C)** $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ **(D)** $\left\{0, 1, 2, \frac{5}{2}\right\}$

6. Considera a equação $2x^2 + 3x = 2$.

Calcula a soma de todos os números inteiros que pertencem ao intervalo $[a, b]$, com $a < b$, sendo *a* e *b* soluções da equação dada.

7. Dados dois números reais *a* e *b*, sabe-se que $a < b$.
Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $\frac{b}{2} > \frac{a}{2}$ **(B)** $a - 2 > b - 2$ **(C)** $-3a < -3b$ **(D)** $a + b > 2b$

8. Considera a inequação seguinte.

$$3x - 5 > 2\left(\frac{x}{3} + 5\right)$$

Indica todos os números naturais que não são solução da inequação, percorrendo as seguintes etapas:

- Resolve a inequação.
- Representa o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais.
- Dá a resposta.

9. Em relação a quaisquer pontos, retas e planos no plano ou no espaço, qual das seguintes afirmações é **falsa**.

(A) Dados um plano e um ponto existe uma única reta que passa nesse ponto e é perpendicular ao plano.

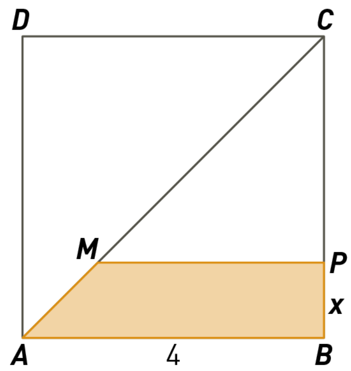
(B) Se duas retas são paralelas, então são complanares.

(C) Se duas retas têm um e um só ponto em comum, então definem um plano.

(D) Dado um plano e um ponto existe uma única reta que passa nesse ponto e é paralela ao plano.

10. Observa a figura, onde estão representados um quadrado em que a medida do lado é 4 e um trapézio [*ABPM*].

- O ponto *P* pertence ao lado [*BC*] do quadrado, sendo $\overline{BP} = x$, com $0 < x < 4$.
- O ponto *M* pertence à diagonal [*AC*] do quadrado.



Mostra que a área do trapézio é dada pela expressão $\frac{8x-x^2}{2}$, começando por justificar que $\overline{MP} = \overline{PC} = 4 - x$.

11. Dados quaisquer números reais *a* e *b*, considera as afirmações:

A: “Se $(a+b)^2 = 0$, então $a \times b \geq 0$.”

B: “ $|a| = |b|$ se e só se $a^2 = b^2$ ”

11.1. Apresenta um valor para *a* e um valor para *b* que prove que a afirmação A é **falsa**.

11.2. Mostra que a afirmação B é **verdadeira**.

FIM (Caderno 2)

Item								
Cotações (em pontos)								
5.	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.1.**	**11.2.**	**Total**
5	13	5	15	5	12	5	5	**65**

Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π **(pi):** 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\dfrac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\dfrac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\dfrac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

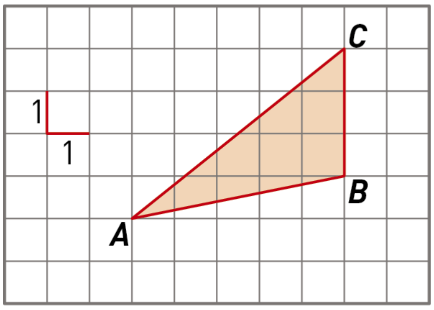
Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

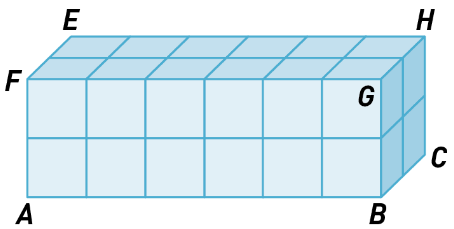
Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1.



$(\overline{AB})^2 = 5^2 + 1^2$. Daqui resulta que $\overline{AB} = \sqrt{26}$.
$(\overline{AC})^2 = 5^2 + 4^2$. Daqui resulta que $\overline{AC} = \sqrt{41}$.
$\overline{AC} - \overline{AB} = \sqrt{41} - \sqrt{26}$
$\overline{AC} - \overline{AB} \approx 1{,}3041$. Então, $1{,}3 < \overline{AC} - \overline{AB} < 1{,}4$
Resposta: (B) 1,38

2.

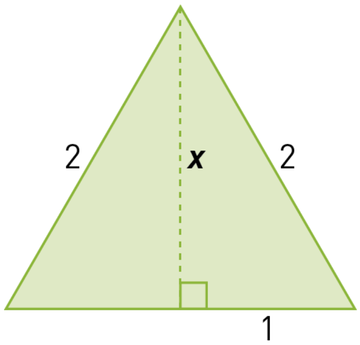


2.1.
Volume de cada cubo: $81 : 24 = 3{,}375$
Aresta de cada cubo: $\sqrt[3]{3{,}375} = 1{,}5$
Assim, tem-se:
$\overline{AB} = 6 \times 1{,}5 = 9$ e $\overline{AF} = 2 \times 1{,}5 = 3$
$(\overline{BF})^2 = 9^2 + 3^2 = 90$
Daqui resulta que $\overline{BF} = \sqrt{90}$. Mas, $\sqrt{90} \approx 9{,}4868$.
Resposta: $\overline{BF} = 4{,}49$, valor arredondado às centésimas.

2.2.

Resposta: Por exemplo, os planos *ABH* e *FAB*.

3. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = 1$

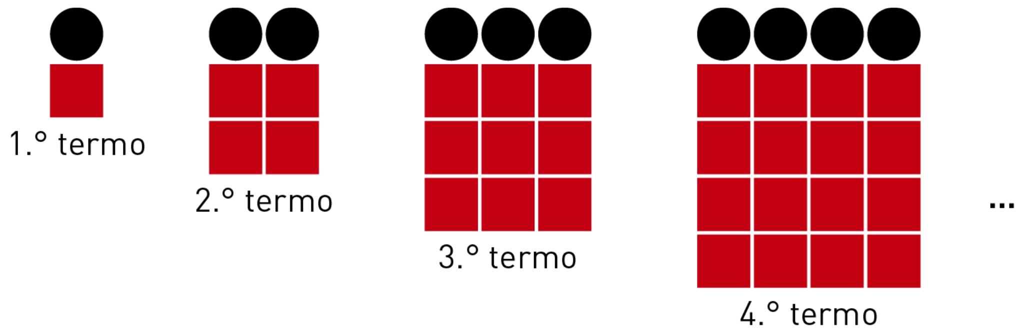


$x^2 + 1^2 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 3$. Daqui resulta que $x = \sqrt{3}$.

Assim, $d + 2x = d + 2\sqrt{3}$.
Como $2\sqrt{3} \approx 3{,}46$, conclui-se que o ponto *P* pertence ao segmento de reta [*GH*].

Resposta: *P* pertence ao segmento de reta [*GH*].

4.



Sabe-se que:
- em cada figura, o número de círculos é igual ao número correspondente à ordem da figura;
- em cada figura, o número de quadrados é igual ao quadrado do número de círculos.

4.1. Na figura de ordem 35, o número de quadrados é 35^2, ou seja, 1225.

Resposta: 1225 quadrados.

4.2. Como $\sqrt{2209} = 47$, conclui-se que é a figura de ordem 47 e tem 47 círculos.

Resposta: A figura tem 47 círculos.

4.3. Na figura de ordem *n* o número de círculos é *n* e o número de quadrados é n^2.
Prede-se saber se existe algum número natural *n*, tal que $n + n^2 = 600$.
$n + n^2 = 600 \Leftrightarrow n^2 + n - 600 = 0$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 600}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm 49}{2}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-50}{2} \ \vee \ n = \frac{48}{2} = 24$$

Como *n* é número natural a solução é 24.

Resposta: Na figura de ordem 24 a soma do número de círculo com o número de quadrados é 600.

FIM (Caderno 1)

Item							
Cotações (em pontos)							
1.	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**Total**
5	6	4	6	4	4	6	**35**

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

5.
$M = \left\{x \in \mathbb{R}\colon |x| \leq \frac{5}{2}\right\} \cap \mathbb{Z} = \left[-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right] \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Resposta: (C) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

6.
$2x^2 + 3x = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = -2 \ \vee \ x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{1}{2}$

Assim, tem-se: $[a, b] = \left[-2, \ \frac{1}{2}\right]$

$\left[-2, \ \frac{1}{2}\right] \cap \mathbb{Z} = \{-2, \ -1, 0\}$

$-2 + (-1) + 0 = -3$

Resposta: –3

7. Como $a < b$ e $\frac{1}{2} > 0$, tem-se $\frac{1}{2} \times a < \frac{1}{2} \times b$, ou seja, $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ que é equivalente a $\frac{b}{2} > \frac{a}{2}$.

Resposta: (A) $\frac{b}{2} > \frac{a}{2}$

8. Considera a inequação seguinte.

$3x - 5 > 2\left(\frac{x}{3} + 5\right) \Leftrightarrow 3x - 5 > \frac{2x}{3} + 10 \Leftrightarrow 9x - 15 > 2x + 30$

$\Leftrightarrow 7x > 45 \Leftrightarrow x > \frac{45}{7}$

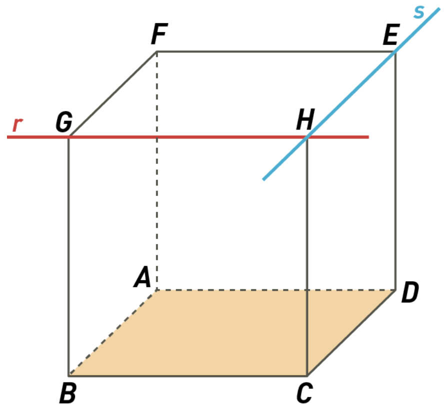
Conjunto solução: $\left]\frac{45}{7}, \ +\infty\right[$

Como $6 < \frac{45}{7} < 7$, conclui-se que os números naturais que não são solução da inequação são: 1, 2, 3, 4, 5 e 6

Resposta: 1, 2, 3, 4, 5 e 6

9. Na figura está representado um cubo.
Pelo ponto *H* passam duas retas *r* e *s* e ambas são paralelas ao plano *ABC*.

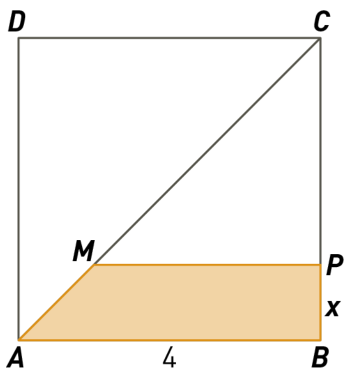
Então, a afirmação (D) é falsa.



Resposta: Opção **(D)**

10. No triângulo [*MPC*], tem-se: $P\hat{M}C = M\hat{C}P = 45°$

Sabe-se que, num triângulo, a ângulos iguais opõem-se lado iguais.



Assim, tem-se: $\overline{MP} = \overline{PC} = 4 - x$

A área do trapézio é dada por: $\frac{\overline{AB}+\overline{MP}}{2} \times \overline{BP}$

Mas, $\frac{\overline{AB}+\overline{MP}}{2} \times \overline{BP} = \frac{4+4-x}{2} \times x = \frac{8x-x^2}{2}$.

Área do trapézio [*ABPM*] é dada por $\frac{8x-x^2}{2}$.

11. Dados quaisquer números reais *a* e *b*, considera as afirmações:

A: "Se $(a+b)^2 = 0$, então $a \times b \geq 0$."

B: "$|a| = |b|$ se e só se $a^2 = b^2$ "

11.1. Por exemplo, $a = -5$ e $b = 5$.

$(a+b)^2 = (5-5)^2 = 0$ e $a \times b = 5 \times (-5) = -25$ e $-25 < 0$

Portanto, a afirmação é falsa.

11.2.

- Se $|a| = |b|$, então $a = b$ ou $a = -b$.

Se $a = b$, então $a^2 = b^2$. Se $a = -b$, então $a^2 = (-b)^2 = b^2$.

- Se $a^2 = b^2$, então $|a| = |b|$.

$a^2 = b^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b) = 0$

$\Leftrightarrow a = b \ \vee \ a = -b$

Se $a = b$, então $|a| = |b|$. Se $a = -b$, então $|a| = |-b| = |b|$.

Provou-se que $|a| = |b|$ se e só se $a^2 = b^2$.

FIM (Caderno 2)

Item								
Cotações (em pontos)								
5.	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.1.**	**11.2.**	**Total**
5	13	5	15	5	12	5	5	**65**