



www.esfranco.edu.pt

(2021/2022)

2.º Período

10/02/2022

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Em relação ao cone reto da figura, sabe-se que:

- a geratriz mede $\sqrt{15}$ cm ;
- o raio da base mede $\sqrt{3}$ cm .

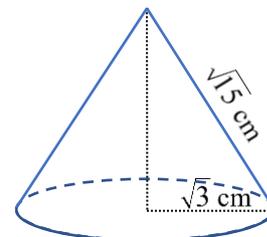
Quanto mede, em centímetros cúbicos, o volume do cone?

(A) $2\pi\sqrt{3}$

(B) $4\pi\sqrt{3}$

(C) $3\pi\sqrt{2}$

(D) $9\pi\sqrt{2}$



Podes resolver o item 2.3. ou o item 4.4.1.

2. Considera, num referencial o.n. xOy , a reta r definida por $(x, y) = (-4, 0) + k(-9, 6), k \in \mathbb{R}$.

2.1. Sabendo que o ponto de abcissa 32 pertence à reta r , determina a sua ordenada.

2.2. Qual é a equação reduzida da reta r ?

(A) $y = -\frac{2}{3}x - 4$

(B) $y = \frac{3}{2}x - 4$

(C) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$

(D) $y = \frac{3}{2}x - \frac{8}{3}$

2.3. A reta r intersesta a bissetriz dos quadrantes pares num ponto. Determina as coordenadas desse ponto.

2.4. Sabe-se que a reta s , definida por $(p+2)x - 2y + 1 = 0$, é paralela à reta r . Qual é o valor de p ?

(A) $\frac{15}{2}$

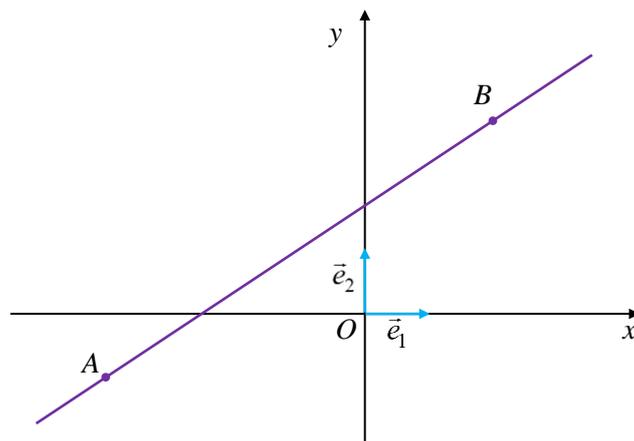
(B) $\frac{21}{2}$

(C) $-\frac{5}{3}$

(D) $-\frac{10}{3}$



3. Considera, no referencial o.n. $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ da figura, a reta AB , com $A(-4,-1)$ e $B(2,3)$.



3.1. Justifica que $\vec{u}(3,2)$ é um vetor diretor da reta AB e escreve uma equação vetorial de AB .

3.2. Sabe-se que, para um certo valor de a , são colineares os vetores $\vec{v}(a, 2a+1)$ e \vec{u} .
Determina o valor de a .

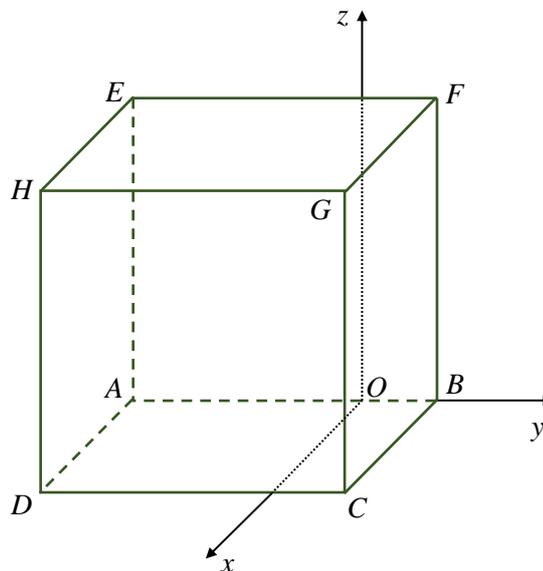
3.3. Considera agora o vetor \vec{w} , colinear a \vec{u} e tal que $\|\vec{w}\| = \frac{\sqrt{13}}{3}$.
Determina as coordenadas de \vec{w} se ambos os vetores tiverem o mesmo sentido.

Podes resolver o item 4.4.1. ou o item 2.3.

4. Considera, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, o cubo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy ;
- os vértices A e B pertencem ao eixo Oy ;
- o vértice C tem ordenada positiva;
- o vértice D tem coordenadas $(4, -3, 0)$.



4.1. Considera as proposições seguintes.

- (i) O plano ABF está definido por $y = -3$.
- (ii) O plano EFG está definido por $z = 4$.
- (iii) A reta DH está definida por $x = 4 \wedge y = -3$.

São verdadeiras as proposições:

- (A) (i) e (ii); (B) (ii) e (iii);
- (C) (i) e (iii); (D) todas.

4.2. Calcula o comprimento da diagonal espacial do cubo.

4.3. Determina uma equação cartesiana reduzida da superfície esférica de centro no vértice G e que passa no vértice B .

4.4. Considera o plano mediador do segmento $[DF]$.

4.4.1. Mostra que $x - y - z - 1 = 0$ é uma equação cartesiana desse plano mediador.

4.4.2. Seja S um ponto pertencente ao plano mediador do segmento $[DF]$ e ao plano xOy e tal que a sua ordenada é igual ao cubo da sua abcissa x .

Sabendo que S é único, determina, recorrendo à calculadora gráfica, o valor de x .
Na tua resposta:

- equaciona o problema;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizares na calculadora e que te permita(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-2, 2]$ e $y \in [-3, 3]$);
- apresenta o valor de x com três casas decimais.

5. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, a esfera, de centro C , definida por $x^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 \leq 3$.
- 5.1. Sabe-se que C é o ponto médio do segmento $[AB]$, com $A(8,4,0)$.
Quais são as coordenadas de B ?
(A) $(8, -6, 4)$ (B) $(-8, 6, -4)$ (C) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 1)$ (D) $(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -1)$
- 5.2. Determina as equações dos planos paralelos ao plano xOy e tangentes à esfera.
- 5.3. Sabe-se que existe um plano, paralelo ao plano xOz , e tal que intersesta a esfera segundo um círculo de área igual a $\frac{3\pi}{4}$.
Sabendo que o centro desse círculo tem ordenada superior a 5, determina a equação desse plano.

FIM

COTAÇÕES



Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.1.	4.4.2.	5.1.	5.2.	5.3.	218
8	18	8	18	8	12	14	18	8	14	18	18	18	8	12	18	