Proposta de teste de avaliação

Matemática A

12.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | **Data:**

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Num saco estão quatro dados cúbicos equilibrados, indistinguíveis ao tato. Três dos dados, ditos normais, têm as faces numeradas de 1 a 6. O quarto dado tem quatro faces numeradas com o número 1 e duas faces com o número 3.

Um dos dados é escolhido ao acaso e lançado.

Determine a probabilidade de ter sido escolhido um dos dados com as faces numeradas de 1 a 6, sabendo que saiu uma face com número ímpar.

2. O André, a Bia e mais seis pessoas vão-se colocar, um a um, numa fila para comprar pão.

De quantas maneiras se podem colocar em fila, sabendo que o André é atendido depois da Bia?

(A) 720 **(B)** 5040

(C) 10 080 **(D)** 20 160

3. Considere, para certos números reais a e b, a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} e^{ax+a-b} & \text{se } x<0 \\ 1-(x+1)\ln(x+1) & \text{se } x\geq 0 \end{cases}$$

3.1. Mostre que, se f é contínua em $x=0$, então $a=b$.

3.2. Determine a e b, sabendo que f é diferenciável no ponto $x=0$.

4. O valor de $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{n-1}{n+\ln 2}\right)^n$ é:

(A) $\dfrac{1}{2\,e}$ **(B)** $\dfrac{\sqrt{e}}{2}$

(C) $\dfrac{1}{2\ln 2}$ **(D)** $\dfrac{e}{2}$

5. O processo de reprodução entre as bactérias é, normalmente, a fissão binária: cada célula divide-se, dando origem a duas células.

O tempo necessário para que cada célula se divida, isto é, para que a população duplique, é conhecido como **tempo de geração** ou **de duplicação**.

Admita que o número de bactérias, $N(t)$, existente numa cultura, em determinado ambiente, t horas após o instante inicial é dado, aproximadamente, por $N(t) = a\,\mathrm{e}^{kt}$, com $t \geq 0$, sendo a o número de bactérias no instante inicial e k uma constante real que depende da bactéria em causa.

5.1. Sabe-se que, num meio adequado, o **tempo de geração** da bactéria *streptococcus lactis* é 48 minutos.

Determine o valor da constante k para esta bactéria.

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

5.2. Admita que, para a bactéria *streptococcus aureus*, em determinado ambiente, se tem $k = 1,4$, ou seja, $N(t) = a\,\mathrm{e}^{1,4t}$.

a) Determine o tempo de geração desta bactéria.

Apresente o resultado em minutos, arredondado às unidades.

b) Decorridos 90 minutos após o instante inicial verificou-se que existiam 980 bactérias na cultura. O número de bactérias que existiam inicialmente, arredondado às unidades, era:

(A) 6 **(B)** 104

(C) 120 **(D)** 125

6. Considere a função f, de domínio $[0, 2\pi]$, definida por $f(x) = \dfrac{\sin x}{2 + \cos x}$.

6.1. Estude a função f quanto à monotonia.

6.2. Determine o contradomínio de f.

6.3. Seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa π.

a) Determine a equação reduzida de r.

b) Mostre que, de todas as retas tangentes ao gráfico de f, r é a que tem menor declive.

7. O valor exato de $\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ é:

(A) $\frac{7\pi}{6}$ **(B)** $\frac{\pi}{6}$ **(C)** $-\frac{\pi}{6}$ **(D)** $-\frac{7\pi}{6}$

8. Considere as funções f e g de domínios $\mathbb{R}$ e $]-2,+\infty[$, respetivamente, definidas por

$f(x)=(2x+1)e^x$ e $g(x)=2x-\ln(x+2)$.

8.1. Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n=\ln\left(\frac{1}{n}\right)$.

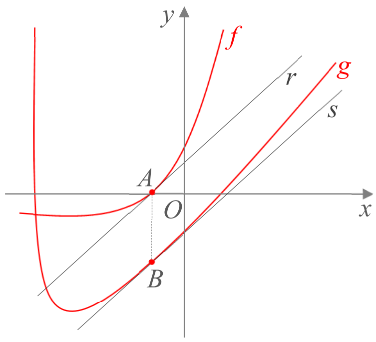
Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) $-\infty$ **(B)** 1 **(C)** 0 **(D)** $+\infty$

8.2. Estude a função g quanto à existência de assíntota oblíqua ao seu gráfico.

8.3. Na figura, estão representados num referencial xOy:

- parte dos gráficos das funções f e g;
- as retas r e s, tangentes aos gráficos de f e g nos pontos A e B, respetivamente.



Sabendo que os pontos A e B têm a mesma abcissa, seja a o seu valor.

a) Mostre que existe pelo menos um valor de a no intervalo $]-1, 0[$ para o qual as retas r e s são paralelas.(Sugestão: Recorra ao teorema de Bolzano-Cauchy.)

b) Sabendo que o valor de a, cuja existência se provou na alínea anterior, é único no intervalo $]-1, 0[$, determine-o recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta deve:

- apresentar a equação que lhe permite resolver o problema;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- apresentar o valor de a arredondado às centésimas.

FIM

Cotações:

Item																	
Cotação (em pontos)																	
1.	**2..**	**3.1.**	**3.2.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.a).**	**5.2.b)**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.a)**	**6.3.b)**	**7.**	**8.1**	**8.2**	**8.3.a)**	**8.3.b)**	**Total**
15	10	10	15	10	15	10	10	15	10	10	15	10	10	10	10	15	**200**

Proposta de resolução

1. Sejam os acontecimentos:

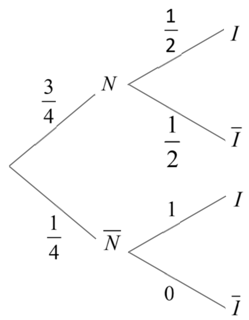
N: "O dado escolhido é normal."

I: "Sai uma face com número ímpar."

$P(N)=\dfrac{3}{4}$

$P(I\,|\,N)=\dfrac{1}{2}$ (Num dado normal, metade das faces têm número ímpar.)

$P(I\,|\,\overline{N})=1$ (No outro dado, todas as faces têm número ímpar.)



$P(N\cap I)=P(N)P(I\,|\,N)=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$

$P(\overline{N}\cap I)=P(\overline{N})P(I\,|\,\overline{N})=\dfrac{1}{4}\times 1=\dfrac{1}{4}$

$P(I)=P(N\cap I)+P(\overline{N}\cap I)=\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{8}+\dfrac{2}{8}=\dfrac{5}{8}$

$$P(N\,|\,I)=\frac{P(N\cap I)}{P(I)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{8}}=\frac{3}{5}$$

2. As oito pessoas podem colocar-se em fila de $8!$ maneiras diferentes. Em metade dos casos o André é atendido depois da Bia.

$\dfrac{8!}{2}=\dfrac{40\,320}{2}=20\,160$

Resposta: (D)

3. $f(x)=\begin{cases} e^{ax+a-b} & \text{se } x<0 \\ 1-(x+1)\ln(x+1) & \text{se } x\geq 0 \end{cases}$

3.1. f é contínua em $x=0$ se existir $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

$f(0)=e^{a\times 0+a-b}=e^{a-b}$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} e^{ax+a-b}=e^{a\times 0+a-b}=e^{a-b}$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left[1-(x+1)\ln(x+1)\right]=1-\ln 1=1-0=1$

f é contínua em $x=0$ se e ó se $e^{a-b}=1$.

$e^{a-b}=1\Leftrightarrow a-b=\ln 1\Leftrightarrow a-b=0\Leftrightarrow a=b$

3.2. Se f é diferenciável em $x=0$, então f é contínua neste ponto, pelo que $a=b$.

Se $a=b$, $\mathrm{e}^{ax+a-b}=\mathrm{e}^{ax+a-a}=\mathrm{e}^{ax}$, logo $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{ax} & \text{se } x<0 \\ 1-(x+1)\ln(x+1) & \text{se } x\geq 0\end{cases}$.

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$$

$$f(0)=1-(0+1)\ln(0+1)=1-\ln 1=1$$

$$f'(0^-)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\mathrm{e}^{ax}-1}{x}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}a\lim_{x\to 0^-}\frac{\mathrm{e}^{ax}-1}{ax}=$$

$$=a\lim_{y\to 0}\frac{\mathrm{e}^{y}-1}{y}=a\times 1=a$$

$y=ax$
Se $x\to 0^-$, $y\to 0$

$$f'(0^+)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1-(x+1)\ln(x+1)-1}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{-(x+1)\ln(x+1)}{x}=-\lim_{x\to 0^+}(x+1)\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(x+1)}{x}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}$$

$$=-(0+1)\lim_{y\to 0}\frac{y}{\mathrm{e}^{y}-1}=-\frac{1}{\lim\limits_{y\to 0}\frac{\mathrm{e}^{y}-1}{y}}=-\frac{1}{1}=-1$$

$y=\ln(x+1)\Leftrightarrow \mathrm{e}^{y}=x+1$
$\Leftrightarrow x=\mathrm{e}^{y}-1$
Se $x\to 0^+$, $y\to 0$

f é diferenciável no ponto $x=0$ se $a=-1$ e $b=a=-1$.

4. $$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n-1}{n+\ln 2}\right)^n=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\frac{n-1}{n}}{\frac{n+\ln 2}{n}}\right)^n=\lim_{n\to+\infty}\frac{\left(1-\frac{1}{n}\right)^n}{\left(1+\frac{\ln 2}{n}\right)^n}=$$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^n}{\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{\ln 2}{n}\right)^n}=\frac{\mathrm{e}^{-1}}{\mathrm{e}^{\ln 2}}=\frac{\mathrm{e}^{-1}}{2}=\frac{1}{2\mathrm{e}}$$

Resposta: (A)

5. $N(t)=a\,\mathrm{e}^{kt}$

5.1. $48 \text{ min}=\frac{48}{60}\text{ h}=0{,}8\text{ h}$

$$N(0{,}8)=2a\Leftrightarrow a\,\mathrm{e}^{k\times 0{,}8}=2a\Leftrightarrow \mathrm{e}^{0{,}8k}=2\Leftrightarrow 0{,}8k=\ln 2\Leftrightarrow k=\frac{\ln 2}{0{,}8}$$

$$k=\frac{\ln 2}{0{,}8}\approx 0{,}87$$

Em alternativa, temos:

$$N(t+0,8)=2N(t) \Leftrightarrow \frac{N(t+0,8)}{N(t)}=2 \Leftrightarrow \frac{a\,\mathrm{e}^{k\times(t+0,8)}}{a\,\mathrm{e}^{kt}}=2 \Leftrightarrow \frac{\mathrm{e}^{kt+0,8k}}{\mathrm{e}^{kt}}=2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{e}^{kt}\times\mathrm{e}^{0,8k}}{\mathrm{e}^{kt}}=2 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{0,8k}=2 \Leftrightarrow 0,8k=\ln 2 \Leftrightarrow k=\frac{\ln 2}{0,8}$$

5.2. $N(t)=a\,\mathrm{e}^{1,4t}$

a) Seja t_0 o tempo de geração.

$$N(t+t_0)=2N(t) \Leftrightarrow \frac{N(t+t_0)}{N(t)}=2 \Leftrightarrow \frac{a\,\mathrm{e}^{1,4\times(t+t_0)}}{a\,\mathrm{e}^{1,4t}}=2 \Leftrightarrow \frac{\mathrm{e}^{1,4t+1,4t_0}}{\mathrm{e}^{1,4t}}=2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{e}^{1,4t}\times\mathrm{e}^{1,4t_0}}{\mathrm{e}^{1,4t}}=2 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{1,4t_0}=2 \Leftrightarrow 1,4t_0=\ln 2 \Leftrightarrow t_0=\frac{\ln 2}{1,4}$$

$$t_0=\frac{\ln 2}{1,4}\text{ h}=\frac{\ln 2}{1,4}\times 60\text{ min}\approx 30\text{ min}$$

O número e bactérias duplica a cada 30 minutos, aproximadamente.

Em alternativa:

$$N(t_0)=2N(0) \Leftrightarrow a\,\mathrm{e}^{1,4t_0}=2a \Leftrightarrow \mathrm{e}^{1,4t_0}=2 \Leftrightarrow 1,4t_0=\ln 2 \Leftrightarrow t_0=\frac{\ln 2}{1,4}$$

b) $90\text{ min}=\frac{90}{60}\text{ h}=1,5\text{ h}$

$$N(1,5)=980 \Leftrightarrow a\,\mathrm{e}^{1,4\times 1,5}=980 \Leftrightarrow a\,\mathrm{e}^{2,1}=980 \Leftrightarrow a=\frac{980}{\mathrm{e}^{2,1}}$$

$$a=\frac{980}{\mathrm{e}^{2,1}}\approx 120$$

Resposta: (C)

6. $f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos x}$, $x\in[0,\,2\pi]$

6.1. $$f'(x)=\frac{(\sin x)'(2+\cos x))-\sin x(2+\cos x)'}{(2+\cos x)^2}=$$

$$=\frac{\cos x(2+\cos x)-\sin x(0-\sin x)}{(2+\cos x)^2}=$$

$$=\frac{2\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x}{(2+\cos x)^2}=$$

$$=\frac{2\cos x+1}{(2+\cos x)^2}$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow = \frac{2\cos x+1}{(2+\cos x)^2}=0 \wedge x\in[0,\,2\pi] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x+1=0 \wedge 2+\cos x\neq 0 \wedge x\in[0,\,2\pi] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x=-\frac{1}{2} \wedge \cos x\neq -2 \wedge x\in[0,\,2\pi] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\pi-\frac{\pi}{3} \vee x=\pi+\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3} \vee x=\frac{4\pi}{3}$$

x	0		$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{4\pi}{3}$		2π
f'	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$
f	Mín.	↗	Máx.	↘	Mín.	↗	Máx.

f é crescente em $\left[0,\,\frac{2\pi}{3}\right]$ e em $\left[\frac{4\pi}{3},\,2\pi\right]$ e é decrescente em $\left[\frac{2\pi}{3},\,\frac{4\pi}{3}\right]$, atingindo mínimos relativos para $x=0$ e $x=\frac{4\pi}{3}$ e máximos relativos para $x=\frac{2\pi}{3}$ e $x=2\pi$.

6.2. $f(0)=\frac{\sin 0}{2+\cos 0}=\frac{0}{2+1}=0$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{2+\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$f\left(\frac{4\pi}{3}\right)=\frac{\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)}{2+\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)}=\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2-\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$f(2\pi)=\frac{\sin(2\pi)}{2+\cos(2\pi)}=\frac{0}{2-1}=0$$

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ é o mínimo absoluto de f e $\frac{\sqrt{3}}{3}$ é o máximo absoluto de f. Como f é contínua, vem: $D'_f=\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\,\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

6.3. **a)** $r: y=mx+b$

$$m=f'(\pi)=\frac{2\cos\pi+1}{(2+\cos\pi)^2}=\frac{-2+1}{(2-1)^2}=\frac{-1}{1}=-1$$

$$f(\pi)=\frac{\sin\pi}{2+\cos\pi}=\frac{0}{2-1}=0$$

Ponto de tangência: $(\pi,\,0)$

$$r: y-0=-1\times(x-\pi) \Leftrightarrow y=-x+\pi$$

b) Monotonia de f'

$$f''(x)=\left(\frac{2\cos x+1}{(2+\cos x)^2}\right)'=\frac{(2\cos x+1)'(2+\cos x)^2-(2\cos x+1)\left[(2+\cos x)^2\right]'}{(2+\cos x)^4}=$$

$$=\frac{-2\sin x(2+\cos x)^2-(2\cos x+1)\times 2(2+\cos x)(-\sin x)}{(2+\cos x)^4}=$$

$$=\frac{2\sin x(2+\cos x)\left[-(2+\cos x)+(2\cos x+1)\right]}{(2+\cos x)^4}=\frac{2\sin x(\cos x-1)}{(2+\cos x)^3}$$

$$f''(x)=0\Leftrightarrow \frac{2\sin x(\cos x-1)}{(2+\cos x)^3}=0\wedge x\in[0,\,2\pi]\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-1)=0\wedge 2+\cos x\neq 0\wedge x\in[0,\,2\pi]\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow(\sin x=0\vee\cos x=1)\wedge x\in[0,\,2\pi]\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=0\vee x=\pi\vee x=2\pi$$

x	0		π		2π
f''	0	$-$	0	$+$	0
f'	Máx.	$\searrow$	Mín.	$\nearrow$	Máx.

f' é decrescente em $[0,\,\pi]$ e crescente em $[\pi,\,2\pi]$, atingindo o mínimo absoluto para $x=\pi$. Portanto, de todas as retas tangentes ao gráfico de f, a reta r é a que tem menor declive.

7. $\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)=$

$=\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{\pi}{6}$

$\sin\frac{7\pi}{6}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

$-\frac{\pi}{2}\leq\arcsin x\leq\frac{\pi}{2}$

Resposta: (C)

8. **8.1.** $\lim u_n=\lim\left(\ln\frac{1}{n}\right)=\ln 0^+=-\infty$

$$\lim f(u_n)=\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(2x+1)\mathrm{e}^x\overset{(\infty\times 0)}{=}$$

$y=-x\Leftrightarrow x=-y$
Se $x\to-\infty$, $y\to+\infty$

$$=\lim_{y\to+\infty}(-2y+1)\mathrm{e}^{-y}=\lim_{y\to+\infty}\frac{1-2y}{\mathrm{e}^y}=\lim_{y\to+\infty}\frac{\frac{1}{y}-2}{\frac{\mathrm{e}^y}{y}}=\frac{0-2}{+\infty}=0$$

Resposta: (C)

8.2. $g(x) = 2x - \ln(x+2)$; $D_g =]-2, +\infty[$

Seja $y = mx + b$ a equação da assíntota oblíqua ao gráfico de g, caso exista.

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x - \ln(x+2)}{x} \overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{x} - \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+2)}{x} =$$

$$= 2 - \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left[x\left(1+\frac{2}{x}\right)\right]}{x} = 2 - \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x + \ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}{x} =$$

$$= 2 - \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} - \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}{x} = 2 - 0 - 0 = 2$$

$$b = \lim_{x\to+\infty} \left[g(x) - 2x\right] = \lim_{x\to+\infty} \left[2x - \ln(x+2) - 2x\right] = -\lim_{x\to+\infty} \ln(x+2) = -\infty$$

Como $b \notin \mathbb{R}$, podemos concluir que o gráfico de g não admite assíntota oblíqua.

8.3. **a)** As retas r e s são paralelas se e somente se $f'(a) = g'(a)$.

$$f'(x) = \left[(2x+1)e^x\right]' = (2x+1)' e^x + (2x+1)(e^x)' =$$

$$= 2e^x + (2x+1)e^x = (2+2x+1)e^x = (2x+3)e^x$$

$$g'(x) = \left[2x - \ln(x+2)\right]' = 2 - \frac{(x+2)'}{x+2} = 2 - \frac{1}{x+2} = \frac{2x+4-1}{x+2} = \frac{2x+3}{x+2}$$

Pretendemos provar que a equação $f'(x) = g'(x)$ tem pelo menos uma solução no intervalo $]-1, 0[$, ou seja, que a função h definida por $h(x) = f'(x) - g'(x)$ tem pelo menos um zero neste intervalo.

- Dado que f' é contínua em $\mathbb{R}$ (por ser o produto de funções contínuas) e g' é contínua em $]-2, +\infty[$ (quociente de funções contínuas cujo denominador é não nulo neste intervalo), então h é contínua em $]-2, +\infty[$ por ser a diferença de funções contínuas neste intervalo. Logo, a função h é contínua em $[-1, 0]$.
- $h(-1) = f'(-1) - g'(-1) = (2\times(-1)+3)e^{-1} - \frac{2\times(-1)+3}{-1+2} = \frac{1}{e} - 1 = \frac{1-e}{e} < 0$
- $h(0) = f'(0) - g'(0) = (2\times 0+3)e^0 - \frac{2\times 0+3}{0+2} = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} > 0$

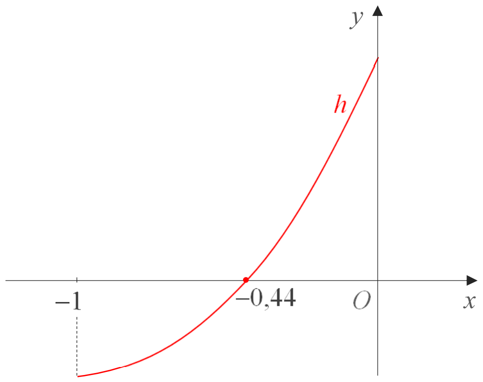
Portanto, pelo teorema de Bolzano-Cauchy, existe pelo menos um número real a no intervalo $]-1, 0[$ tal que $h(a) = 0$, isto é, existe pelo menos um valor de a no intervalo $]-1, 0[$ para o qual as retas r e s são paralelas.

b) A solução da equação $h(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=0$, no intervalo $]-1, 0[$ é o valor de a que se pretende.

$h(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=0 \Leftrightarrow (2x+3)\mathrm{e}^x - \dfrac{2x+3}{x+2}=0$

Recorrendo à calculadora gráfica determinou-se o zero da função definida por

$y=(2x+3)\mathrm{e}^x - \dfrac{2x+3}{x+2}$, tendo-se obtido o resultado seguinte:



Portanto, $a \approx -0,44$.