Avaliação – Teste sumativo 2.º Período

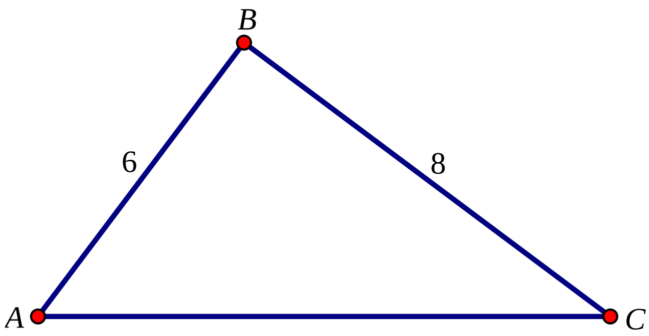
Matemática A | 10.º Ano

Nome: ________________________________ Turma: ____ Data: ____/____/____

Classificação: ______________________ Professor: __________ Enc. Educação: ___________

<u>Temas</u>: Geometria sintética, Funções e Geometria analítica no plano

1. Na figura, está representado um triângulo $[ABC]$, retângulo em B, tal que $\overline{AB}=6$ e $\overline{BC}=8$.



1.1 Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A O circuncentro é o ponto B.

B O baricentro está no interior do triângulo $[ABC]$.

C O ortocentro é o ponto médio do lado $[AC]$.

D O incentro está no exterior do triângulo $[ABC]$.

1.2 Justifica a seguinte afirmação:

«A reta de Euler do triângulo $[ABC]$ contém o ponto B e o ponto médio do lado $[AC]$.»

1.3 Mostra que a medida do raio da circunferência circunscrita no triângulo $[ABC]$ é 5 e calcula a área do círculo limitado por essa circunferência.

1.4 Qual é o comprimento da circunferência dos nove pontos do triângulo $[ABC]$?

A $\frac{5\pi}{4}$ **B** $\frac{5\pi}{2}$ **C** 5π **D** 10π

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta
Matemática 360 | 10.º ano

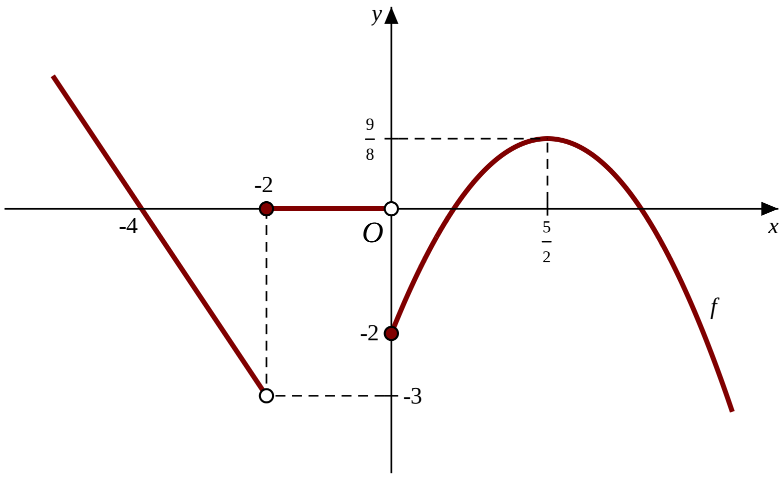
2. Considera uma função quadrática g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = ax^2 + (2-a)x + 2$, com $a \neq 0$.

Sabe-se que o gráfico da função g tem a concavidade voltada para cima e que a abcissa do seu vértice é inferior a -1.

A que intervalo de números reais pertence o valor de a?

A $\left]0, \frac{2}{3}\right[$ **B** $]0,2]$ **C** $]0,2[$ **D** $\left]0, \frac{2}{3}\right]$

3. Na figura, está representado, em referencial o.n. Oxy, o gráfico de função f de domínio $\mathbb{R}$.



Sabe-se que, para $x < -2$, o gráfico de f é uma semirreta e que, para $x \geq 0$, o gráfico de f é parte de uma parábola.

3.1 Estuda a função f quanto à monotonia e à existência de extremos. Caso existam extremos, indica-os.

3.2 Mostra que, para $x \geq 0$, $f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{5}{2}x - 2$.

3.3 Determina o conjunto-solução da condição $f(x) \geq 1$.

Podes usar uma calculadora gráfica para resolver a condição.

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta
Matemática 360 | 10.º ano

4. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\left(4k^2+4k+1\right)x+1$, com $k\in\mathbb{R}$.

Mostra que a função f é crescente para todo o $k\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

5. Considera a função g, real de variável real, definida por:

$$g(x)=\begin{cases}\frac{5}{3}x+3 & \text{se} \quad -3<x<0 \\ -x^2+1 & \text{se} \quad 0\leq x<1 \\ \frac{2}{3}x-\frac{8}{3} & \text{se} \quad 1<x\leq 4\end{cases}$$

5.1 Qual é o domínio da função g?

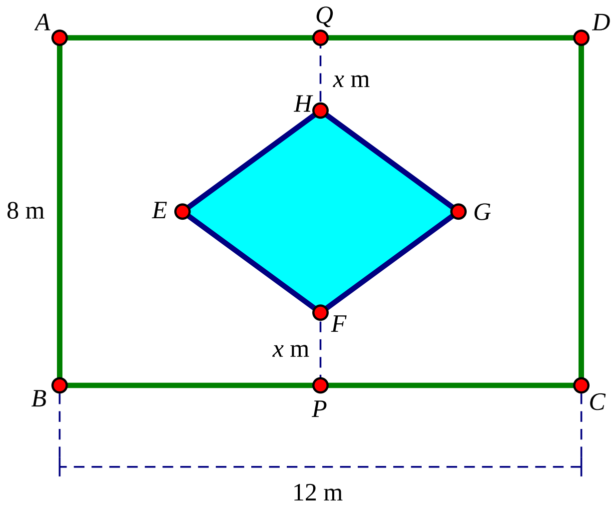
A $]-3,4]$ **B** $[-3,4[\setminus\{1\}$ **C** $[-3,4[$ **D** $]-3,4]\setminus\{1\}$

5.2 Determina os zeros da função g.

Podes usar calculadora gráfica para representar a função e determinar os seus zeros.

6. O João tem, nas traseiras da sua casa, um terreno retangular onde pretende construir um pequeno lago. O terreno e o lago estão representados na figura seguinte, respetivamente, pelo retângulo $[ABCD]$ e pelo losango $[EFGH]$.

O João pretende que o centro do lago coincida com o centro do terreno e que as diagonais do losango sejam paralelas aos lados do terreno.



Sabe-se que:

- $\overline{AB}=8$ m e $\overline{BC}=12$ m;
- $\overline{PF}=\overline{QH}=x$ m, com $x\in]0,4[$, sendo P e Q os pontos médios do lados $[BC]$ e $[AD]$, respetivamente;
- a diagonal $[EG]$ excede em três metros o dobro do comprimento de $[PF]$.

Seja A a função que dá a área, em m², do lago, em função de x.

6.1 Mostra que $A(x)=-2x^2+5x+12$, $x\in]0,4[$.

Se na resolução dos itens 6.2 e 6.3 recorreres à calculadora gráfica, representa, em referencial o.n., o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora, assinalando o(s) ponto(s) relevante(s) para a resolução.

6.2 Determina x de modo que a área do lago seja máxima. Indica o valor dessa área e justifica que, nesse caso, o lago tem a forma de um quadrado.

6.3 Determina os valores de x para os quais a área do lago não é superior a 14 m^2.

7. Quais são as equações das retas tangentes à circunferência definida por $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ e perpendiculares ao eixo Ox?

A $y=2$ e $y=-4$

B $y=8$ e $y=-10$

C $x=11$ e $x=-9$

D $x=5$ e $x=-1$

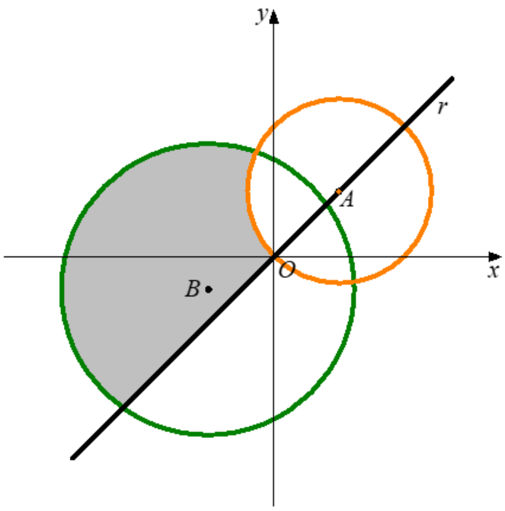
8. Na figura, estão representadas, em referencial o.n. Oxy, duas circunferências e a reta r que contém as bissetrizes dos quadrantes ímpares.

Sabe-se que:

- uma das circunferências está centrada no ponto A e contém a origem do referencial;
- a outra circunferência está centrada no ponto B e é definida pela equação:

$$(x+2)^2+(y+1)^2=10;$$

- o ponto A pertence ao primeiro quadrante e à reta r;
- $\overline{AO}=2\sqrt{2}$.



8.1 Mostra que uma equação da circunferência centrada em A é $(x-2)^2+(y-2)^2=8$.

8.2 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

Nota: Se não conseguiste determinar as coordenadas de A e de B, considera que são $(2,2)$ e $(-2,-1)$, respetivamente.

8.3 Define, por meio de uma condição, a região sombreada da figura, incluindo a fronteira.

FIM

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta