Itens para Avaliação sumativa – Novembro

Matemática A | 10.º Ano

Cotações e Propostas de resolução

TABELA DE COTAÇÕES

Nota ao professor: Caso pretenda utilizar o conjunto de itens apresentados como um teste, sugere-se a seguinte tabela de cotações:

1.1	1.2.1	1.2.2	2.1	2.2	3.1	3.2	3.3	3.4	4.1
8	**8**	**12**	**8**	**12**	**10**	**11**	**12**	**12**	**10**
4.2	4.3	4.4	5.	6.	7.	8.	9.1	9.2	Total
11	**12**	**12**	**8**	**8**	**12**	**12**	**10**	**12**	**200**

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

1.1 O rendimento anual bruto é $1523{,}35\times 14$, pelo que o rendimento coletável é:

$$1523{,}35\times 14-4104=17\ 222{,}90€$$

Resposta: B

1.2.1 Na modalidade de juros simples, o valor do juro ao fim de n anos é dado por:

$$8500\times 0{,}0275n=233{,}75n$$

Assim, $233{,}75n>1000\Leftrightarrow n>\frac{1000}{233{,}75}$. Como $\frac{1000}{233{,}75}\approx 4{,}28$, o menor valor natural de n que verifica a inequação é 5.

Resposta: C

1.2.2 Tem-se:

Proposta A: $8500\times(1+0{,}025)^4\approx 9382{,}41€$;

Proposta B: $8500\times\left(1+\frac{0{,}025}{12}\right)^{4\times 12}\approx 9392{,}98€$;

Proposta C: $8500\times\left(1+\frac{0{,}011}{4}\right)^{2\times 4}\approx 8688{,}81€$ e $8688{,}81\times(1+0{,}04\times 2)=9383{,}91€$.

A proposta B é a mais vantajosa.

2.1 Existem dez jogadores com mais de 78 kg, pelo que a percentagem, arredondada às décimas, de jogadores com mais de 78 kg é $\frac{10}{26}\times 100\approx 38{,}5\%$.

Resposta: A

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta

2.2 A soma dos pesos dos 26 jogadores da seleção é:

$$62+2\times64+65+2\times66+69+3\times70+72+76+4\times78+79+80+2\times81+2\times82+2\times83+2\times84=1945$$

Assim, sendo x o peso, em kg, do jogador que chegou mais tarde, tem-se:

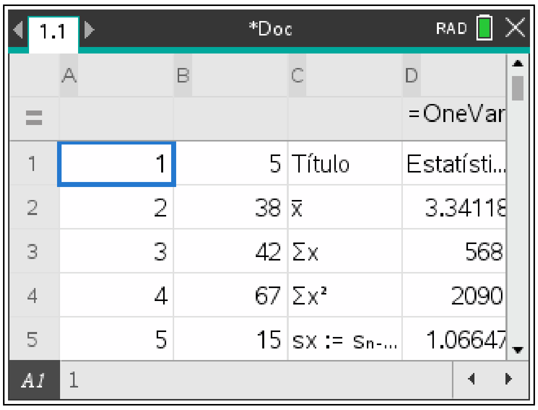
$$\frac{1945-x}{25}=74,6 \Leftrightarrow 1945-x=25\times74,6 \Leftrightarrow 1945-x=1865 \Leftrightarrow 1945-1965=x \Leftrightarrow x=80$$

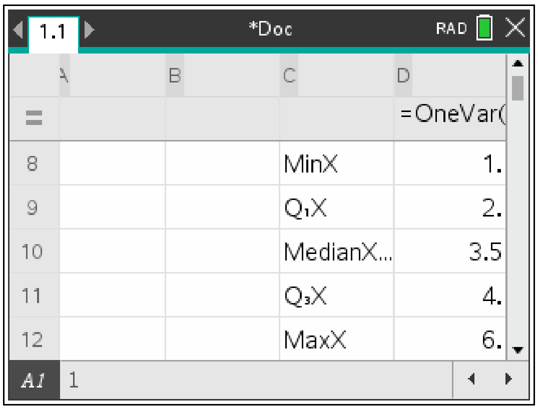
O jogador que chegou mais tarde ao estágio da seleção tinha 80 kg.

3.1 A dimensão da amostra é $5+38+42+67+15+3=170$.

3.2 Tem-se que $a=x_{mín}$, $b=Q_1$, $c=Q_2$ (ou mediana), $d=Q_3$ e $e=x_{máx}$.

Introduzindo os dados numa calculadora, obtém-se:

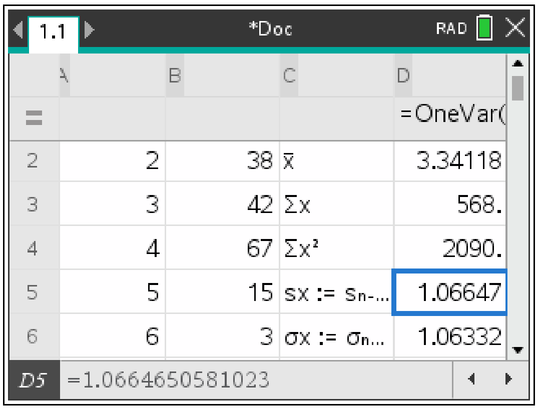




Portanto, $a=1$, $b=2$, $c=3{,}5$, $d=4$ e $e=6$. A amplitude interquartil é $Q_3-Q_1=4-2=2$.

3.3 Tem-se $\frac{65}{100}\times170=110{,}5$. Como este número não é inteiro, P_{65} é o valor de ordem $[110{,}5]+1=111$ (da amostra ordenada), isto é, $P_{65}=x_{111}$. Como a frequência absoluta acumulada até 3 é $5+38+42=85$ e a frequência absoluta acumulada até 4 é $5+38+42+67=152$, conclui-se que $x_{111}=4$, pelo que $P_{65}=4$.

3.4 A moda é 4, dado que é o valor da amostra com maior frequência absoluta. A percentagem de caixas com menos de quatro peças defeituosas é $\frac{5+38+42}{170}\times100=50\%$. Recorrendo à calculadora, podemos obter a média e o desvio-padrão amostral, permitindo, desta forma, responder à questão.



Assim, $\bar{x} \approx 3,34$ (valor arredondado às centésimas) e $s \approx 1,07$ (valor arredondado às centésimas). Concluindo, as opções para cada espaço são: **I** $\rightarrow$ **c)**, **II** $\rightarrow$ **a)**, **III** $\rightarrow$ **b)** e **IV** $\rightarrow$ **b)**.

Critério de classificação: 0 ou 1 correta: 0 pts. ; 2 corretas: 4 pts. ; 3 corretas: 8 pts. ; 4 corretas: 12 pts.

4.1 Quantitativa contínua.

4.2 A classe mediana é $[2,8;\, 3,2[$, dado que a frequência relativa acumulada da classe $[2,4;\, 2,8[$ é 40%, a frequência relativa acumulada da classe $[2,8;\, 3,2[$ é 70% e $40\% < 50\% < 70\%$.

Determinação das frequências relativas de cada uma das classes:

Peso (quilogramas)	Frequências relativas acumuladas (%)	Frequências relativas (%)
$[1,6;\, 2,0[$	10	10
$[2,0;\, 2,4[$	20	$20-10=10$
$[2,4;\, 2,8[$	40	$40-20=20$
$[2,8;\, 3,2[$	70	$70-40=30$
$[3,2;\, 3,6[$	97	$97-70=27$
$[3,6;\, 4,0[$	100	$100-97=3$

A classe modal é $[2,8;\, 3,2[$, dado que é a que tem maior frequência relativa. Portanto, a classe modal e a classe mediana é a mesma: $[2,8;\, 3,2[$.

4.3 A frequência relativa acumulada da classe $[2,8;\, 3,2[$ é 70%, pelo que $P_{70} = 3,2$. Quer isto dizer que, pelo menos, 70% dos bebés recém-nascidos naquela maternidade, naquele período, nasceram, com, no máximo, $3,2$ quilogramas.

4.4 As marcas de classe, de cada uma das classes, são: $1,8$; $2,2$; $2,6$; $3,0$; $3,0$; $3,4$; $3,8$. As respetivas frequências relativas são: $0,1$; $0,1$; $0,2$; $0,3$; $0,27$; $0,03$. Logo, a estimativa da média do peso dos bebés recém-nascidos naquela maternidade, naquele período, é:

$$\bar{x} = 1,8 \times 0,1 + 2,2 \times 0,1 + 2,6 \times 0,2 + 3,0 \times 0,3 + 3,4 \times 0,27 + 3,8 \times 0,03 = 2,852 \text{ quilogramas}$$

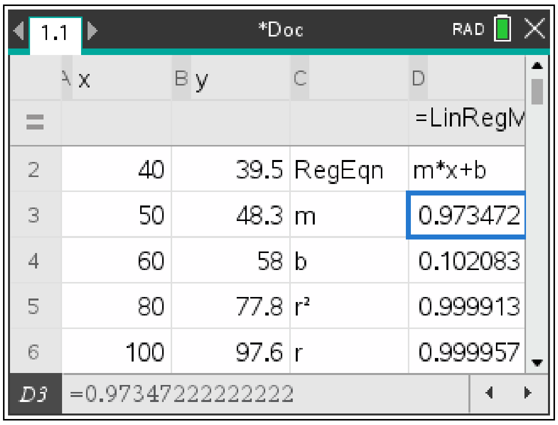
5. Os valores da amostra Y podem ser obtidos adicionando 1 aos valores da amostra X, pelo que se tem $\bar{y} = \bar{x} + 1$.
Portanto, a afirmação verdadeira é a da opção **B**.

Resposta: B

6. Tendo em conta a nuvem de pontos, a reta de regressão terá de ter declive positivo; considerando, de entre as opções com declive positivo, a que tem maior coeficiente de correlação, selecionamos a opção **B**.

Resposta: B

7. Vamos começar por introduzir os dados numa calculadora, considerando para x os valores da velocidade no velocímetro do veículo e para y os valores da velocidade indicada no GPS. Obtém-se:



Assim, a equação da reta de regressão linear, de y sobre x, com os parâmetros com quatro casas decimais, é $y = 0{,}9734x + 0{,}1021$.

Portanto, se o velocímetro do veículo indicar uma velocidade de 110 km/h, a velocidade indicada no GPS deverá ser, aproximadamente $y = 0{,}9734 \times 110 + 0{,}1021 \approx 107{,}2$ km/h.

8. Como D, E e F são os pontos médios dos lados do triângulo $[ABC]$, então $[AE]$, $[BF]$ e $[CD]$ são as medianas do triângulo. Como as medianas de um triângulo decompõem-no em seis triângulos de igual área, a área da região sombreada é dada por $2 \times \frac{A_{[ABC]}}{6} = \frac{A_{[ABC]}}{3}$.

Portanto, $\frac{A_{[ABC]}}{3} = \frac{22}{9} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = \frac{22 \times 3}{9} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = \frac{22}{3}$.

9.1 O ponto D é o circuncentro do triângulo $[ABC]$ porque é o ponto de interseção das mediatrizes dos lados desse triângulo.

9.2 Como o ponto D é o circuncentro do triângulo $[ABC]$, tem-se $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$ (a circunferência circunscrita ao triângulo tem centro no seu circuncentro e contém os vértices do triângulo). Como $[CDEF]$ é um quadrado, tem-se que $\overline{DE} = \overline{DC}$, pelo que o ponto E pertence à circunferência de centro em D e raio $\overline{DC}$, ou seja, pertence à circunferência circunscrita ao triângulo $[ABC]$.

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta
Matemática 360 | Matemática A | 10.º Ano