

Cotações e Propostas de resolução

TABELA DE COTAÇÕES

Nota ao professor: Caso pretenda utilizar o conjunto de itens apresentados como uma avaliação intercalar, sugere-se a seguinte tabela de cotações:

1.1	1.2.1	1.2.2	1.2.3	1.2.4	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3.1	3.2	3.3	4.	5.1	5.2	Total
10	12	10	13	13	13	13	13	13	10	13	13	13	14	13	14	200

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

1.1 Para que haja uma cidade vencedora, pelo método de maioria simples, é necessário que esta tenha mais de um terço dos votos, ou seja, que tenha, pelo menos, 51 votos. Uma cidade que tenha 50, ou menos votos, não será vencedora por este método, dado que, pelo menos, uma das outras duas cidades terá mais de 50 votos, ou cada uma das outras duas terá 50 (nesse caso seria um empate entre as três).

Resposta: C

1.2.1 Sim, haveria uma cidade vencedora na primeira volta: seria Londres com $50 + 51 = 101$ votos, que é mais de metade dos votos validamente expressos (199).

1.2.2 O número de votos validamente expressos foi 199 e houve quatro votos nulos e sete votos em branco. Logo, o número de votantes foi $199 + 4 + 7 = 210$, pelo que a taxa de abstenção é dada por $\frac{253 - 210}{253} \approx 0,16996$, ou seja, aproximadamente, 17%.

Resposta: A

1.2.3 Como houve 199 votos validamente expressos, tem-se:

$$50 + 51 + x + y = 199 \Leftrightarrow x + y = 199 - 101 \Leftrightarrow x + y = 98$$

A pontuação obtida pela cidade de Praga foi 368 pontos, pelo que:

$$1 \times 50 + 2 \times 51 + 4x + 2y = 368 \Leftrightarrow 4x + 2y = 368 - 50 - 102 \Leftrightarrow 4x + 2y = 216 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underset{+2}{4x + 2y = 216} \Leftrightarrow 2x + y = 108$$

$$\text{Assim, } \begin{cases} x + y = 98 \\ 2x + y = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 98 - x \\ 2x + 98 - x = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 98 - x \\ x = 108 - 98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 98 - 10 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 88 \\ x = 10 \end{cases}$$

1.2.4 Aplicando o método preferencial com as pontuações enunciadas, já sabemos que a pontuação de Praga foi 368 pontos. Falta saber a pontuação de Londres e de Barcelona.

Pontuação de Londres: $4 \times 50 + 4 \times 51 + 2 \times 10 + 1 \times 88 = 512$ pontos.

Pontuação de Barcelona: $2 \times 50 + 1 \times 51 + 1 \times 10 + 4 \times 88 = 513$ pontos.

A cidade escolhida foi Barcelona, com 513 pontos, mais 1 ponto do que Londres.

2.1 O PS elegeu o primeiro, quarto e sétimo deputados. A coligação PPD/PSD.CDS-PP.PPM elegeu o segundo, o quinto e o oitavo deputados. O CH elegeu o terceiro, o sexto e o nono deputados.

2.2 Consideremos a tabela seguinte, em que os votos do BE e do PCP-PEV foram somados. Nesta tabela, as células com os nove maiores quocientes estão a amarelo:

Divisores	Partidos/Coligações			
	PS	PPD/PSD. CDS-PP.PPM	CH	BE.PCP-PEV
1	69 915	68 493	58 554	21 547
2	34 957,5	34 246,5	29 277	10 773,5
3	23 305	22 831	19 518	7 182,33
4	17 478,75	17 123,25	14 638,5	5 386,75
5	13 983	13 698,6	11 710,8	4 309,4
...

Se o BE e o PCP-PEV tivessem concorrido coligados e a votação obtida por essa coligação fosse a soma das votações obtidas por cada uma das forças políticas, o CH perderia um mandato e a coligação BE.PCP-PEV ganharia um mandato.

2.3 Consideremos a tabela seguinte, em que o número de votos do CH é o triplo dos votos do BE, isto é, o número de votos do CH passaria a $3 \times 11\,204 = 33\,612$:

Divisores	Partidos/Coligações				
	PS	PPD/PSD. CDS-PP.PPM	CH	BE	PCP-PEV
1	69 915	68 493	33 612	11 204	10 343
2	34 957,5	34 246,5	16 806	5 602	5 171,5
3	23 305	22 831	11 204	3 734,67	3 447,67
4	17 478,75	17 123,25	8 403	2 801	2 585,75
5	13 983	13 698,6	6 722,4	2 240,8	2 068,6
...

O comentador político não tem razão. O CH perderia dois mandatos, mas nenhum deles seria para o BE. Um seria para o PS e o outro para a coligação PPD/PSD.CDS-PP.PPM.

2.4 Para aplicar método de St. Laguë, vamos considerar apenas os quocientes das divisões por números ímpares. Na tabela seguinte, as células com os nove maiores quocientes das divisões por números ímpares estão a amarelo:

Divisores	Partidos/Coligações				
	PS	PPD/PSD. CDS-PP.PPM	CH	BE	PCP-PEV
1	69 915	68 493	58 554	11 204	10 343
2	34 957,5	34 246,5	29 277	5 602	5 171,5
3	23 305	22 831	19 518	3 734,67	3 447,67
4	17 478,75	17 123,25	14 638,5	2 801	2 585,75
5	13 983	13 698,6	11 710,8	2 240,8	2 068,6
...

Concluimos que a distribuição dos mandatos por aplicação do método de St. Laguë não seria alterada.

2.5 Para que o PS ganhe mais um mandato, ficando assim com quatro, o seu quarto quociente tem de ser maior do que o quociente que corresponde ao nono mandato atribuído, ou seja, maior do que 19 518 (não pode ser igual, dado que, nesse caso, o último mandato seria atribuído ao partido/coligação com menos votos). Assim, o total de votos no PS teria de ser superior a $4 \times 19 518 = 78 072$, pelo que, mantendo-se as votações nos restantes partidos/coligações, para ganhar um quarto mandato, o PS deveria ter tido, no mínimo, 78 073 votos.

Resposta: D

3.1 Se x for o salário bruto do Francisco, então o valor do desconto para a Segurança Social é dado por $0,11x$, pelo que $0,11x = 149,16 \Leftrightarrow x = \frac{149,16}{0,11} \Leftrightarrow x = 1 356$.

O salário bruto do Francisco é 1 356€.

3.2 Como $Valor\ hora = 8,94\text{€}$ e $R_m = 1 356\text{€}$, substituindo na fórmula, tem-se:

$$8,94 = \frac{12 \times 1 356}{52n} \Leftrightarrow 8,94 \times 52n = 16 272 \Leftrightarrow n = \frac{16 272}{8,94 \times 52} \Leftrightarrow n \approx 35$$

O Francisco trabalha 35 horas semanais.

3.3 O salário bruto do Francisco é 1 356€. Consultando a tabela, verificamos que o seu salário bruto se encontra entre 1 175€ e 1 769€. Como o Francisco tem três dependentes, o valor da retenção na fonte de novembro é igual a $1 356 \times 0,25 - 185,50 - 3 \times 21,43 = 89,21\text{€}$. Como se considera a parte inteira, o valor da retenção na fonte em novembro será de 89€.

Assim, como a contribuição para a Segurança Social é 149,16€, o valor da remuneração líquida do Francisco em novembro será de $1 356 - 89 - 149,16 = 1 117,84\text{€}$.

4. O rendimento bruto da Manuela durante o ano de 2023 foi de 27 820€ . Como apenas 75% desse valor constitui o rendimento coletável, isto é, o rendimento sujeito a IRS, conclui-se que o rendimento coletável é $0,75 \times 27\,820 = 20\,865$ €. Este rendimento encontra-se no 5.º escalão.

Assim, o valor do IRS a pagar em 2023 é igual a $20\,865 \times 0,35 - 2\,772,14 = 4\,530,61$ €, utilizando o primeiro processo descrito.

Nota: Se usarmos o segundo processo, o limite superior do escalão anterior é 20 700€ e a taxa média é 21,61% , pelo que o valor do IRS de 2023 é igual a $20\,700 \times 0,2161 + (20\,865 - 20\,700) \times 0,35 = 4\,531,02$ €, que dá uma diferença de 0,41€ em relação ao primeiro processo.

Assim, como a Manuela fez três pagamentos por conta, cada um no valor de 832,45€, e como acumulou 1 325,32€ em deduções, a coleta final é $4\,530,61 - 3 \times 832,45 - 1\,325,32 = 707,94$, ou seja, a Manuela ainda terá de fazer um pagamento de 707,94€ para liquidar o IRS de 2023.

5.1 Sendo r a taxa de juro anual líquida, o juro em cada ano é dado por $2\,000r$.

Assim, tem-se $2\,000r \times 3 = 90 \Leftrightarrow 6\,000r = 90 \Leftrightarrow r = \frac{90}{6\,000} \Leftrightarrow r = 0,015$, ou seja, $r = 1,5\%$.

Alternativamente, se ao fim de três anos acumular 90€ em juros, o capital final é 2 090€ .

Assim, sendo r a taxa anual líquida, o capital final acumulado, ao fim de três anos, é dado por $2\,000(1 + 3r)$, pelo que:

$$2\,000(1 + 3r) = 2090 \Leftrightarrow 1 + 3r = \frac{2\,090}{2\,000} \Leftrightarrow 1 + 3r = 1,045 \Leftrightarrow 3r = 1,045 - 1 \Leftrightarrow r = \frac{0,045}{3} \Leftrightarrow r = 0,015$$

A taxa anual líquida é 1,5% .

5.2 As capitalizações são trimestrais, isto é, quatro vezes ao ano, pelo que, em três anos, ocorrerão 3×4 trimestres, sendo a taxa líquida aplicada em cada trimestre $\frac{1,8\%}{4} = \frac{0,018}{4} = 0,0045$.

Assim, o capital líquido acumulado é $2\,000(1 + 0,0045)^{3 \times 4} \approx 2\,110,71$ € .