

Tópicos: Matemática nas Eleições, na Partilha e nas Finanças

1. Os alunos finalistas do ensino secundário de uma escola estão a decidir qual o local onde irão fazer a sua viagem de finalistas. Depois de alguma discussão, chegaram a três possíveis cidades, Barcelona (B), Praga (P) e Londres (L), e uma destas vai ser escolhida por votação.

1.1 Supõe que votaram 150 alunos e que não houve votos inválidos.

Se o sistema de votação fosse o de maioria simples, qual seria o número mínimo de votos necessário para que uma das cidades fosse escolhida?

A 50

B 75

C 51

D 76

1.2 Considera, agora, que foi pedido aos alunos que listassem, por ordem de preferência, as três cidades. Obtiveram-se os seguintes resultados.

1.ª preferência	L	L	P	B
2.ª preferência	B	P	L	P
3.ª preferência	P	B	B	L
N.º de votos	50	51	x	y

A cidade vencedora vai ser apurada por aplicação do método preferencial em que para a 1.ª preferência serão atribuídos 4 pontos, e para as seguintes preferências 2 e 1, respetivamente.

Sabe-se que o número de votos validamente expressos foi 199 e que a cidade de Praga obteve 368 pontos.

1.2.1 Considerando apenas a primeira preferência, se o método escolhido fosse o de maioria absoluta, alguma das cidades ganharia na primeira volta?

1.2.2 A escola tem 253 alunos finalistas e todos podem votar. Sabendo que houve quatro votos nulos e sete em branco, qual foi a taxa de abstenção, em percentagem, arredondada às unidades?

A 17%

B 19%

C 21%

D 23%

1.2.3 Mostra que $x = 10$ e que $y = 88$.

1.2.4 Qual foi a cidade escolhida?

2. Na tabela seguinte, apresentam-se os cálculos necessários para determinar a distribuição dos 9 mandatos do círculo eleitoral de Santarém nas Eleições Legislativas de 2024. Na tabela, assinalaram-se os 9 maiores quocientes, correspondentes aos mandatos atribuídos. Apenas estão considerados os cinco partidos/coligações mais votados.

Divisores	Partidos/Coligações				
	PS	PPD/PSD. CDS-PP.PPM	CH	BE	PCP-PEV
1	69 915	68 493	58 554	11 204	10 343
2	34 957,5	34 246,5	29 277	5 602	5 171,5
3	23 305	22 831	19 518	3 734,67	3 447,67
4	17 478,75	17 123,25	14 638,5	2 801	2 585,75
5	13 983	13 698,6	11 710,8	2 240,8	2 068,6
...

2.1 Indica a ordem de atribuição dos mandatos deste círculo eleitoral, nestas eleições, pelos partidos/coligações.

2.2 Se o BE e o PCP-PEV tivessem concorrido coligados e a votação obtida por essa coligação fosse a soma das votações obtidas por cada uma destas forças políticas, a distribuição dos mandatos manter-se-ia a mesma? Justifica a tua resposta.

2.3 Um comentador político afirmou:

«Se a votação do CH tivesse sido o triplo da votação do BE, o último mandato obtido pelo CH, teria passado para o BE.»

O comentador político tem razão? Justifica a tua resposta.

2.4 Se o método aplicado para a distribuição dos mandatos fosse o de Saint Laguë, a distribuição dos deputados pelos partidos/coligações seria diferente? Justifica.

2.5 Mantendo-se as votações nos restantes partidos/coligações, qual deveria ter sido o número mínimo de votos no PS para ter conseguido quatro mandatos?

A 73 702

C 78 072

B 73 703

D 78 073

3. O Francisco desconta todos os meses 11% do seu salário para a Segurança Social, sendo esse valor igual a 149,16€.

3.1 Mostra que o salário bruto do Francisco é 1 356€.

3.2 O artigo 271.º do Código do Trabalho estipula que o valor bruto da hora de trabalho é dado pela fórmula $Valor\ hora = \frac{12R_m}{52n}$, em que R_m é o valor da remuneração mensal bruta e n é o número de horas de trabalho semanal.

Sabendo que o valor bruto da hora de trabalho do Francisco é 8,94€, quantas horas trabalha semanalmente?

3.3 O Francisco é casado e tem três filhos. A tabela seguinte permite calcular o valor da retenção na fonte de IRS para o caso do Francisco para os meses de novembro e dezembro de 2024.

Remuneração mensal (€)	Taxa marginal máxima	Parcela a abater (€)	Parcela adicional a abater por dependente (€)	Taxa efetiva mensal de retenção no limite do escalão
Até 820,00	0,00%	0,00	0,00	0,0%
Até 935,00	13,00 %	$13,00\% \times 2,60 \times (1\ 135,39 - R)$	21,43	5,8%
Até 989,00	16,50%	$16,50\% \times 1,35 \times (1\ 386,11 - R)$	21,43	7,6%
Até 1 125,00	16,50%	88,39	21,43	8,6%
Até 1 175,00	22,00%	150,26	21,43	9,2%
Até 1 769,00	25,00%	185,50	21,43	14,5%
Até 2 057,00	32,00%	309,36	21,43	17,0%
Até 2 408,00	35,50%	381,35	21,43	19,7%
Até 3 201,00	38,72%	458,76	21,43	24,4%
Até 5 492,00	40,05%	501,49	21,43	30,9%
Até 20 021,00	44,95%	770,33	21,43	41,1%
Superior a 20 021,00	47,17%	1215,80	21,43	n. a.

Fonte: Montepio, Associação Mutualista. Outubro de 2024.

Fórmula de cálculo da retenção na fonte:

$$(\text{remuneração mensal} \times \text{taxa}) - \text{parcela a abater} - (\text{número de dependentes}) \times (\text{parcela adicional a abater})$$

Considera-se apenas a parte inteira do valor obtido. Se o valor obtido for negativo, o valor da retenção é 0€. R , na tabela, corresponde à remuneração mensal.

Sabendo que o Francisco não tem qualquer subsídio, qual é o valor da remuneração líquida que irá ganhar em novembro?

4. A Manuela é trabalhadora independente.

No ano de 2023, a Manuela fez três pagamentos por conta de IRS (equivalente à retenção na fonte), cada um no valor de 832,45€. Sabe-se ainda que, durante esse ano, a Manuela acumulou 1 325,32€ de deduções (onde se incluem despesas com saúde, veterinários, despesas em oficinas, cabeleireiro, etc.). Nesse ano, o seu rendimento bruto foi de 27 820€, sendo 75% desse valor o seu rendimento coletável.

Depois de apurado o valor do IRS de 2023, a Manuela terá ainda de pagar algum valor de acerto ou terá direito ao reembolso de parte do valor já pago?

Para responderes à questão utiliza a tabela seguinte, referente ao IRS de 2023, pago em 2024.

Escalão	Rendimento coletável	Taxa marginal	Taxa média	Parcela a abater
1.º	Até 7 479€	14,5%	14,5%	0,00€
2.º	Mais de 7 479€ até 11 284€	21%	16,69%	486,14€
3.º	Mais de 11 284€ até 15 992€	26,5%	19,58%	1 106,73€
4.º	Mais de 15 992€ até 20 700€	28,5%	21,61%	1 426,65€
5.º	Mais de 20 700€ até 26 355€	35%	24,48%	2 772,14€
6.º	Mais de 26 355€ até 38 632€	37%	28,46%	3 299,12€
7.º	Mais de 38 632€ até 50 483€	43,5%	31,99%	5 810,25€
8.º	Mais de 50 483€ até 78 834€	45%	36,67%	6 567,33€
9.º	Mais de 78 834€	48%		8 932,68€

Fonte: Montepio, Associação Mutualista. Outubro de 2024

O valor do IRS anual pode ser calculado por pelo menos dois processos:

rendimento coletável × taxa do escalão – parcela a abater do escalão

ou

(limite superior do escalão anterior) × taxa média + (rendimento coletável – limite inferior do escalão) × taxa do escalão

5. O João vai investir 2 000€ num depósito a prazo com três anos de duração.

5.1 Se o depósito tiver juros simples e se no final do prazo receber 90€ em juros, qual é o valor da taxa anual líquida, em percentagem?

5.2 Se o depósito tiver juros compostos, com uma taxa anual líquida de 1,8% e com capitalizações trimestrais, qual é o capital líquido acumulado no final do prazo?

FIM