Proposta de teste de avaliação

Matemática A

10.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | **Data:**

Para responder aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Indique na folha de respostas o número do item e a letra correspondente à opção escolhida.
Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. A Daniela e nove amigos decidiram visitar uma das três ilhas dos Açores — São Miguel (M), Terceira (T) ou Pico (P) — durante cinco dias. Para determinar a ilha a visitarem, cada um dos 10 amigos vota, preenchendo um boletim no qual ordena as três ilhas de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido com uma determinada ordenação corresponde a 1 voto.

Concluída a votação, preencheu-se a Tabela 1 que apresenta as preferências resultantes da votação, sem contemplar o voto da Daniela.

Tabela 1

Votos / **Preferência**	3	2	3	1
1.ª	M	P	T	M
2.ª	T	M	P	P
3.ª	P	T	M	T

1.1. De quantas formas poderá a Daniela ordenar as preferências das ilhas no seu boletim?

(A) 3 **(B)** 6

(C) 8 **(D)** 10

1.2. Aplique o método de Borda e explique de que forma o voto da Daniela pode influenciar o resultado.

Na sua resposta deve:

- apresentar os pontos obtidos por cada ilha para as diferentes preferências da Daniela;
- concluir se o voto altera a decisão dos amigos.

1.3. Como o método de Borda pode originar empates, decidiram modificar o método de acordo com o descrito de seguida.

São atribuídos pontos a cada um dos candidatos, em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada candidato recebe:

- cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
- três pontos por cada voto na segunda preferência;
- um ponto por cada voto na terceira preferência;
- contabiliza-se a pontuação total de cada uma das ilhas, e a que obtiver mais pontos será a escolhida para passar férias;
- em caso de empate, a ilha será escolhida por sorteio entre as ilhas empatadas.

1.3.1. Explique como os amigos têm a certeza de que o resultado obtido pela aplicação do método modificado é apenas uma das ilhas, independentemente do voto da Daniela.

1.3.2. Suponha que depois de contabilizar o voto da Daniela, foi possível apurar que:

- nenhuma das ilhas obteve o mesmo número de pontos;
- a Ilha de São Miguel foi a escolhida para as férias;
- a ilha do Pico ficou em segundo lugar.

Determine o voto da Daniela.

2. A Daniela, médica em especialização, vai obter, em 2024, uma remuneração-base é igual a 24 937,32 € pelos seus doze meses de trabalho. O vencimento base mensal foi constante ao longo do ano.

Na Tabela 2, está uma ilustração do seu recibo de vencimento relativo ao mês de novembro.

Tabela 2

Abonos	Quant.	Valor	Descontos	
Remuneração-base		……….	IRS (18,05%) ADSE (……...)	……… 72,73
Subsídio de alimentação	20	120,00	SS – regime geral (11%) Sindicato (……...)	……….. 20,78

Complete o texto seguinte, escolhendo a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada.

A cada espaço corresponde uma só opção.

A Daniela tem uma renumeração base mensal de ___**I**___ euros. No mês de novembro, para efeitos de IRS, vai descontar, com arredondamento à unidade de euros inferior, ___**II**___ euros. A taxa de desconto para a ADSE é ___**III**___. O salário líquido da Daniela é de ___**IV**___ euros.

I	II	III	IV
a) 2078,11	**a)** 396,00	**a)** 3,5%	**a)** 1729,60
b) 1958,11	**b)** 353,00	**b)** 3,3%	**b)** 1501,01
c) 2198,11	**c)** 375,00	**c)** 3,7%	**c)** 1381,01

3. Na Figura 1, está representado, em referencial o.n. $Ox,$ gráfico de uma função .

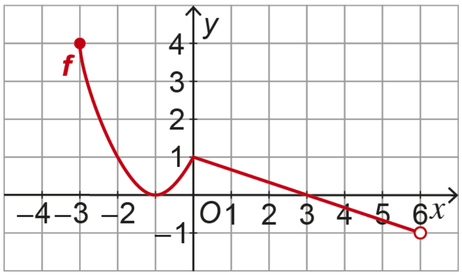


Figura 1

3.1. Indique o domínio e o contradomínio da função f.

3.2. Construa a tabela de sinal da função e indique os intervalos em que a função é negativa e em que é positiva.

3.3. Indique, caso existam, os mínimos relativos.

3.4. Qual é o conjunto-solução da condição $f(x) \leq 1$?

(A) $[-2,\ 6[$ **(B)** $[0, 6[$

(C) $]-2, 6[$ **(D)** $]0, 6[$

4. De uma função afim, sabe-se que é decrescente e o seu zero é positivo.

Podemos afirmar que a ordenada na origem é:

(A) maior que 1. **(B)** negativa.

(C) positiva. **(D)** nula.

5. Considere a função quadrática h .

Sabe-se que:

- h tem dois zeros distintos;
- o vértice da parábola que representa o gráfico de h pertence ao 2.º quadrante.

Considere as proposições seguintes.

I. Os zeros de h são simétricos.

II. O coeficiente do termo de maior grau é positivo.

Justifique que as proposições **I** e **II** são falsas.

Na sua resposta, apresente, para cada uma das proposições, uma razão que justifique a sua falsidade.

6. Considere a função quadrática g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$g(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

Sem recorrer à calculadora, resolva os três itens seguintes.

6.1. Determine os zeros da função g.

6.2. Escreva um intervalo em que a função seja crescente e negativa.

Na sua resposta deve:

- fazer um esboço do gráfico de g;
- determinar as coordenadas do vértice do seu gráfico;
- escrever o intervalo.

6.3. Determine o conjunto dos valores de x que satisfazem a condição:

$$g(x) \geq 6$$

Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

6.4. **Com recurso à calcudora gráfica**, determine a área do triângulo [*OAB*].

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A pertence ao gráfico de g e tem abcissa -1;
- o ponto B pertence à reta de equação $y = -2x + 3$ e tem ordenada -5.

Na sua resposta deve:

- reproduzir, no mesmo referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado na calculadora que lhe permite resolver o problema.
- assinalar todos os pontos relevantes e desenhar o triângulo $[OAB]$.

FIM

Cotações

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	**1.2.**	**1.3.1.**	**1.3.2.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**3.4.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**5.4.**	**6.**	**Total**
10	15	10	15	15	12	12	14	10	10	15	15	15	16	16	200

Proposta de resolução

1.

1.1. (B)

1.2. Pontuação sem o voto da Daniela

M = 4 votos × 3 pontos + 2 votos × 2 pontos + 3 pontos = 19

T = 3 votos × 3 pontos + 3 votos × 2 pontos + 3 votos × 1 ponto = 18

P = 2 votos × 3 pontos + 4 votos × 2 pontos + 3 votos × 1 ponto = 17

Voto da Daniela	Total de pontos
M > T > P	M = 22; T = 20; P = 18
M > P > T	M = 22; T = 19; P = 19
T > P > M	M = 20; T = 21; P = 19
T > M > P	M = 21; T = 21; P = 18
P > M > T	M = 21; T = 19; P = 20
P > T > M	M = 20; T = 20; P = 20

Podemos observar que, para as seis possibilidades de voto da Daniela, há ilhas vencedoras diferentes e até dois empates, pelo que o voto da Daniela influencia a escolha da ilha.

1.3.

1.3.1. Neste novo método, em caso de empate, há um sorteiro da ilha, logo vai haver apenas uma ilha para visitar.

1.3.2. Pontuação sem o voto da Daniela

M = 4 votos × 5 pontos + 2 votos × 3 pontos + 3 votos × 1 ponto = 29

T = 3 votos × 5 pontos + 3 votos × 3 pontos + 3 votos × 1 ponto = 27

P = 2 votos × 5 pontos + 4 votos × 3 pontos + 3 votos × 1 ponto = 25

Voto da Daniela	Total de pontos
M > T > P	M = 34; T = 30; P = 26. Como o Pico ficou em último, não pode ser o voto da Daniela.
M > P > T	M = 34; T = 28; P = 28. Como há pontuações iguais, não pode ser o voto da Daniela.
T > P > M	M = 30; T = 32; P = 28. Como o Pico ficou em último, não pode ser o voto da Daniela.
T > M > P	M = 32; T = 32; P = 26. Como o Pico ficou em último, não pode ser o voto da Daniela.
P > M > T	M = 32; T = 28; P = 30. Cumpre os requisitos para ser o voto da Daniela.
P > T > M	M = 30; T = 30; P = 30. Como se registou um empate, não pode ser o voto da Daniela.

2. I – a); II – c); III – a); IV – b)

3.

3.1. $D_f = [-3, 6[$; $D'_f =]-1, 4]$

3.2. Tabela de sinal:

x	–3		–1		3		6
$f(x)$	4	+	0	+	0	–	n.d.

A função é negativa em $]3, 6[$ e é positiva em $[-3, -1[$ e em $]-1, 3[$.

3.3. Zero é o mínimo relativo da função, para $x = -1$.

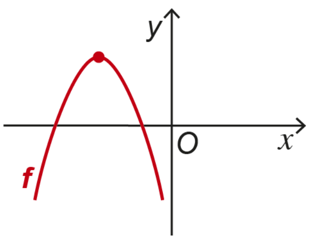
3.4. **(A)**

4. **(C)**

5.

I – A afirmação é falsa, porque se os zeros forem simétricos, a abcissa do vértice é zero, isto é, pertence ao eixo *Oy*. Portanto, o vértice não pertence ao 2.º quadrante.

II – Como o vértice pertence ao 2.º quadrante e a função quadrática tem dois zeros, temo o seguinte esboço do gráfico da função.



Isto é, o gráfico tem concavidade voltada para baixo.

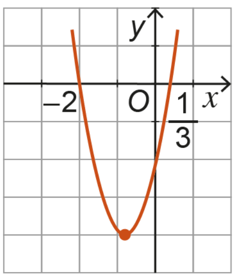
Portanto, o coeficiente do termo de maior grau é negativo.

6.

6.1. $g(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{1}{3}$

$\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 49$

6.2. Esboço do gráfico:



Abcissa do vértice: $\frac{-2+\frac{1}{3}}{2} = -\frac{5}{6}$

Ordenada do vértice: $g\left(-\frac{5}{6}\right) = 3 \times \left(-\frac{5}{6}\right)^2 + 5 \times \left(-\frac{5}{6}\right) - 2 = -\frac{49}{12}$

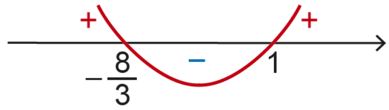
A função é crescente e negativa no intervalo $\left]-\frac{5}{6}, \frac{1}{3}\right[$, por exemplo.

6.3. $g(x) \geq 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 2 \geq 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 8 \geq 0$

Resolver a equação: $3x^2 + 5x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \vee x = 1$

$\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-8) = 121$

Esboço do gráfico de $y = 3x^2 + 5x - 8$



Logo, $g(x) \geq 6 \Leftrightarrow x \leq -\frac{8}{3} \vee x \geq 1$

Portanto, o conjunto-solução é $\left]-\infty, -\frac{8}{3}\right] \cup [1, +\infty[$

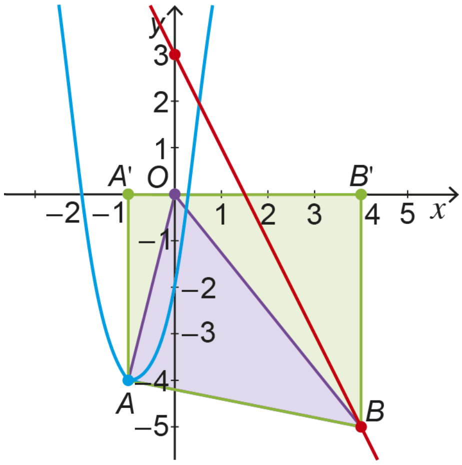
6.4. Na calculadora, representam-se o gráfico da função *g* e a reta de equação $y = -2x + 3$.

A partir do obtido, podemos reproduzir a figura ao lado e assinalar as Coordenadas dos vértices do triângulo:

$O(0,0)$

$A(-1,-4)$

$B(4,-5)$



Assim, a área do triângulo é dada por:

Área do triângulo [*OAB*] = Área do trapézio [*AA'B'B*] – Área do triângulo [*OA'A*] – Área do triângulo [*OB'B*], em que $A'(-1,0)$ e $B'(4,0)$.

Área do triângulo [*OAB*] = $\frac{4+5}{2} \times 5 - \frac{1 \times 4}{2} - \frac{4 \times 5}{2} = \frac{45-4-20}{2} = \frac{21}{2}$