



1.1. Opção (A)

Se $P \in Oz$, então $x_P = 0 \wedge y_P = 0$.

$$k^2 - 9 = 0 \wedge k - 3 = 0 \Leftrightarrow (k = 3 \vee k = -3) \wedge k = 3 \Leftrightarrow k = 3$$

1.2. Opção (B)

Se $P \in xOy$, então $z_P = 0$.

$$k^2 - 9k = 0 \Leftrightarrow k(k - 9) = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k = 9$$

2.1. $B(-2, 4, 6); C(-2, 1, 6); E(1, 1, -2)$ e $H(-2, 1, -2)$

2.2. a) $y = 4$

b) $z = 2$

c) $y = 4 \wedge z = -2$

d) $x = 1 \wedge z = 6 \wedge 1 \leq y \leq 4$

2.3. $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 12z + 36 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 + z^2 + 4z + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x - 4x - 2y + 8y - 12z - 4z + 1 + 1 + 36 - 4 - 16 - 4 = 0 \Leftrightarrow -6x + 6y - 16z + 14 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3x + 3y - 8z + 7 = 0$$

2.4. A esfera de diâmetro $[AF]$ tem centro no ponto médio de $[AF]$, de coordenadas

$$\left(\frac{1+1}{2}, \frac{4+4}{2}, \frac{6+(-2)}{2} \right), \text{ ou seja, } (1, 4, 2) \text{ e raio igual a } \frac{\overline{AF}}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

Assim, a inequação pedida é: $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 \leq 16$

3. O ponto de interseção de $[AB]$ com o seu plano mediador é o ponto médio de $[AB]$:

$$M_{[AB]} = \left(\frac{-4+5}{2}, \frac{3+2}{2}, \frac{-1+(-3)}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -2 \right)$$

4. Opção (B)



5. O círculo que resulta da interseção da esfera de inequação $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 \leq 25$ com o plano xOz é definido por:

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 \leq 25 \wedge y=0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + 9 + (z-1)^2 \leq 25 \wedge y=0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (z-1)^2 \leq 16 \wedge y=0$$

O círculo tem centro no ponto de coordenadas $(-2, 0, 1)$ e raio 4.

A medida da área do círculo é igual a 16π .

$$\mathbf{6.1.} \quad x^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 16 \wedge x=0 \wedge z=0 \Leftrightarrow (y+4)^2 + 1 = 16 \wedge x=0 \wedge z=0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y+4 = \pm\sqrt{15} \wedge x=0 \wedge z=0 \Leftrightarrow y = -4 \pm \sqrt{15} \wedge x=0 \wedge z=0$$

As coordenadas dos pontos A e B são $(0, -4 + \sqrt{15}, 0)$ e $(0, -4 - \sqrt{15}, 0)$.

$$\overline{AB} = -4 + \sqrt{15} - (-4 - \sqrt{15}) = -4 + \sqrt{15} + 4 + \sqrt{15} = 2\sqrt{15}$$

$$\mathbf{6.2.} \quad x^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 16 \wedge y=0 \Leftrightarrow x^2 + (z+1)^2 = 0 \wedge y=0 \Leftrightarrow x=0 \wedge z=-1 \wedge y=0$$

Como o único ponto de interseção da superfície esférica com o plano xOz é o ponto $(0, 0, -1)$, a superfície esférica é tangente ao plano xOz .

6.3. Seja C o centro da superfície esférica.

$$\overrightarrow{PC} = C - P = (0, -4, -1) - (\sqrt{3}, -2, 2) = (-\sqrt{3}, -2, -3)$$

$$Q = C + \overrightarrow{PC} = (0, -4, -1) + (-\sqrt{3}, -2, -3) = (-\sqrt{3}, -6, -4)$$

7. Opção (A)

$$\|\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{BH}\| = \|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}\| = \|\overrightarrow{AH}\| = \sqrt{(3^2 + 3^2) + 6^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\mathbf{8.} \quad m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{18}{-3} = -6; \quad y = -6x + b$$

A reta passa no ponto de coordenadas $(-3, -2)$. Logo:

$$-2 = -6 \times (-3) + b \Leftrightarrow -2 = 18 + b \Leftrightarrow b = -20$$

Assim, a equação reduzida da reta é $y = -6x - 20$.



$$9.1. (x+2)^2 + (y-1)^2 = 13 \wedge x=0 \Leftrightarrow (y-1)^2 = 9 \Leftrightarrow y-1 = \pm 3 \Leftrightarrow y = -2 \wedge y = 4$$

Como $y_A < 0$, tem-se $A(0, -2)$.

Seja G o centro da circunferência. Sabe-se que G pertence à reta AD , sendo $\overrightarrow{AG}$ um vetor diretor da reta.

$$G(-2, 1)$$

$$\overrightarrow{AG} = G - A = (-2, 1) - (0, -2) = (-2, 3)$$

Assim, uma equação vetorial da reta pedida é $(x, y) = (0, -2) + k(-2, 3), k \in \mathbb{R}$.

9.2. $\|6\overrightarrow{AB}\| = 6\|\overrightarrow{AB}\| = 6 \times r = 6\sqrt{13}$, pois $[ABCDEF]$ é um hexágono regular inscrito numa circunferência.

No contexto apresentado representa o perímetro do hexágono.

10. Seja C o centro da esfera. Sabe-se que qualquer reta que passa por C contém um diâmetro da esfera.

$$(-2, 1, 0) = (1, -2, -3) + k(-1, 1, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1 - k \\ 1 = -2 + k \\ 0 = -3 + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = 3 \\ k = 3 \end{cases}$$

Conclui-se que $C \in r$, logo a reta r contém um diâmetro da esfera.