

Espiral 10 – Matemática A, 10.º ano

Apoio à avaliação [maio – 2025]

Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____



1. Em relação a um referencial o.m. $Oxyz$, considera o ponto $P(k^2 - 9, k - 3, k^2 - 9k)$, $k \in \mathbb{R}$.

1.1. Em qual das opções está representado o conjunto de valores de k para os quais o ponto P pertence ao eixo Oz ?

- (A) $\{3\}$ (B) $\{-3, 3\}$ (C) $\{-3\}$ (D) $\{0, 9\}$

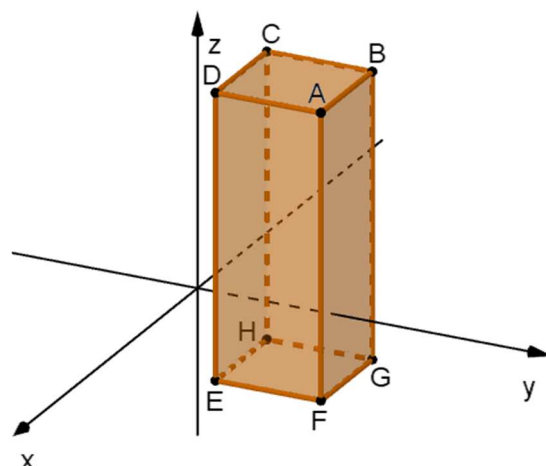
1.2. Em qual das opções está representado o conjunto de valores de k para os quais o ponto P pertence ao plano xOy ?

- (A) $\{-3\}$ (B) $\{0, 9\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{-3, 3\}$

2. No referencial o.m. $Oxyz$ da figura está representado um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- as bases do prisma são paralelas ao plano xOy ;
- as faces laterais são paralelas aos planos coordenados;
- os pontos A, D, F e G têm coordenadas, respetivamente,
 $(1, 4, 6)$, $(1, 1, 6)$, $(1, 4, -2)$ e $(-2, 4, -2)$.



2.1. Identifica as coordenadas dos restantes vértices do prisma.

2.2. Define por uma condição:

- a) o plano FGB ; b) o plano mediador de $[AF]$;
c) a reta FG ; d) o segmento de reta $[AD]$.

2.3. Determina uma equação do plano mediador de $[DG]$. Apresenta essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

2.4. Determina uma condição que defina a esfera de diâmetro $[AF]$.



3. Considera, num referencial o.m. $Oxyz$, os pontos $A(-4, 3, -1)$ e $B(5, 2, -3)$.

Quais são as coordenadas do ponto de interseção de $[AB]$ com o seu plano mediador?

4. Considera, num referencial o.m. $Oxyz$, um ponto $P(a, b, c)$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Sabe-se que $a < 0 \wedge b > 0 \wedge c < 0$.

A qual dos octantes pertence o ponto P ?

- (A) 3.º octante (B) 6.º octante (C) 7.º octante (D) 8.º octante

5. Num referencial o.m. $Oxyz$, considera uma esfera definida por:

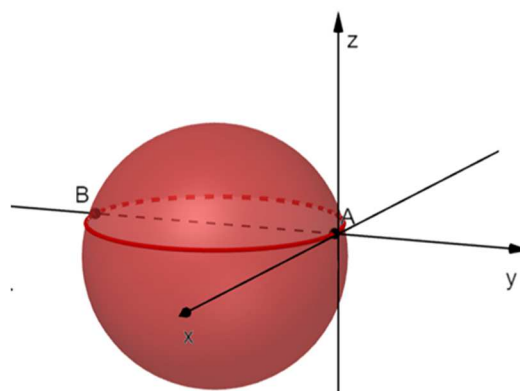
$$(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 \leq 25$$

Determina o valor exato da medida da área do círculo que resulta da interseção da esfera com plano xOz .

6. No referencial o.m. $Oxyz$ da figura está representada uma superfície esférica definida pela equação $x^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Sabe-se que:

- A e B são os pontos de interseção da superfície esférica com o eixo Oy ;
- $P(\sqrt{3}, -2, 2)$ é o ponto de tangência de um plano α (não representado na figura) com a superfície esférica.



6.1. Determina $\overline{AB}$.

6.2. A superfície esférica dada é tangente ao plano xOz ? Justifica.

6.3. Há um plano estritamente paralelo a α que é tangente à superfície esférica num ponto Q . Determina as coordenadas desse ponto.

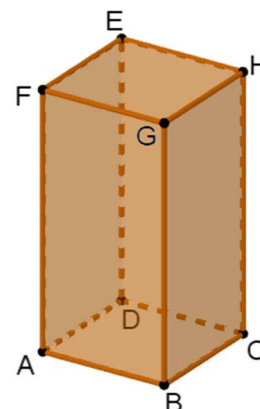


7. Na figura está representado um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que $\overline{AB} = 3$ e $\overline{CH} = 6$.

Qual é o valor de $\|\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{BH}\|$?

- (A) $3\sqrt{6}$ (B) $6 + 3\sqrt{2}$
(C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$



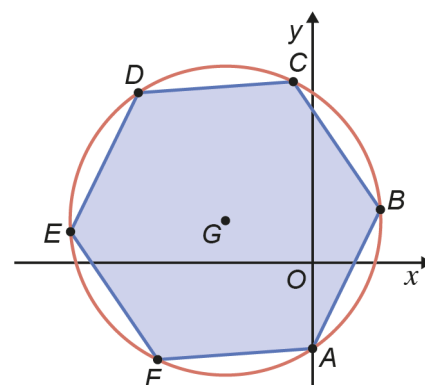
8. Considera, num referencial o.n. Oxy , a reta r definida por $(x, y) = (-2, 5) + k(-3, 18)$, $k \in \mathbb{R}$.
Determina a equação reduzida da reta paralela a r e que passa no ponto $(-3, -2)$.

9. No referencial o.n. Oxy estão representados uma circunferência, de centro G , de equação

$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 13$ e o hexágono regular $[ABCDEF]$,

inscrito nessa circunferência.

Sabe-se que o ponto A é um dos pontos de interseção da circunferência com o eixo Oy .



9.1. Escreve uma equação vetorial da reta AD .

9.2. Determina o valor de $\|6\overline{AB}\|$ e indica o significado no contexto.

10. Em relação a um referencial o.m. $Oxyz$, considera uma esfera de centro C definida pela inequação $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 \leq 20$.

Considera a reta r definida pela equação $(x, y, z) = (1, -2, -3) + k(-1, 1, 1)$, $k \in \mathbb{R}$.

Mostra que a reta r contém um diâmetro da esfera.

FIM

Cotações

Questões	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.a)	2.2.b)	2.2.c)	2.2.d)	2.3.	2.4.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	6.3.	7.	8.	9.1.	9.2.	10.	Total
Cotação (pontos)	10	10	8	6	6	8	10	12	12	8	10	12	12	12	12	10	10	12	8	12	200