1. Opção **(D)**

2.1. Como se trata de um triângulo retângulo:

- o ortocentro coincide com o ponto *R*, vértice do ângulo reto;
- o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa, ou seja, o ponto médio de $[PQ]$.

2.2. Pelo Teorema de Pitágoras, $\overline{PQ}^2 = 9^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = 225$. Logo, $\overline{PQ} = \sqrt{225} = 15$.

Seja r o raio da circunferência dos nove pontos.

C, ponto médio de $[PQ]$, é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

Logo, $\overline{CP} = \overline{CQ} = \overline{CR}$.

$\overline{PC} = \frac{\overline{PQ}}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5 \qquad r = \frac{\overline{PC}}{2} = \frac{7{,}5}{2} = 3{,}75$

Assim, o comprimento da circunferência dos nove pontos é dado por $2\pi \times 3{,}75 \approx 23{,}56$ cm.

2.3. Como o triângulo é retângulo, o ponto O coincide com *R*. Então, $\overline{OC} = \overline{RC} = \overline{PC} = 7{,}5$ cm, uma vez que C é equidistante dos vértices do triângulo.

2.4. $\overline{BC} = \frac{1}{3}\overline{RC} = \frac{1}{3} \times 7{,}5 = 2{,}5$ cm

2.5. $A_{[PQR]} = \frac{\overline{PR} \times \overline{QR}}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = 54$

Seja $\overline{RR'}$ a altura relativamente à base $[PQ]$.

Assim, $\frac{\overline{PQ} \times \overline{RR'}}{2} = 54 \Leftrightarrow \frac{15 \times \overline{RR'}}{2} = 54 \Leftrightarrow \overline{RR'} = 7{,}2$

3.1. $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 3, 4\}$, $D'_f = \{-3, -2, 0, 1, 2\}$

3.2. $f(1) - \frac{1}{3}f(4) + f(-2) = 0 - \frac{1}{3} \times (-2) + (-3) = -\frac{7}{3}$

3.3. a) $x \in \{-1, 3\}$

b) $x \in \{-1, 0, 1, 3, 4\}$

4. Opção **(D)**

Os pontos $(1, 0)$ e $(0, -3)$ pertencem ao gráfico de f, pelo que, para $f(x) = ax + b$ e $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(0) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \end{cases}$$

Assim, $f(x) = 3x - 3$.

5. A função *h* é afim, logo é definida por uma expressão do tipo $h(x)=ax+b$.

$h(x)<0 \Leftrightarrow x\in \left]2,\ +\infty\right[$, então 2 é o zero da função h.

$h(0)=\frac{3}{2}$, logo $h(x)=ax+\frac{3}{2}$.

$h(2)=0 \Leftrightarrow 2a+\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow a=-\frac{3}{4}$

Assim, $-(3-k)=-\frac{3}{4} \Leftrightarrow 3-k=\frac{3}{4} \Leftrightarrow k=\frac{9}{4}$.

6.1. Opção **(D)**

6.2. Opção **(C)**

$i(x)=0 \Leftrightarrow -(x-3)^2+9=0 \Leftrightarrow (x-3)^2=9 \Leftrightarrow x-3=3 \vee x-3=-3 \Leftrightarrow x=6 \vee x=0$

7. Para admitir uma única solução, o binómio discriminante, Δ, tem de ser zero.

$\Delta=0 \Leftrightarrow (k-2)^2-4\times1\times9=0 \Leftrightarrow (k-2)^2=36 \Leftrightarrow k-2=6 \vee k-2=-6 \Leftrightarrow k=8 \vee k=-4$

$k\in\{-4,\ 8\}$

8. Opção **(B)**

9. $-2x^2+3x+c=-2\left(x^2-\frac{3}{2}x+\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right)+c=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{8}+c$

O eixo de simetria do gráfico de *f* é a reta paralela ao eixo *Oy* que passa no ponto $\left(\frac{3}{4},0\right)$.

Como a concavidade é voltada para baixo, a função f é crescente em $\left]-\infty,\ \frac{3}{4}\right]$ e decrescente em $\left[\frac{3}{4},\ +\infty\right[$, pelo que as afirmações **(I)** e **(III)** são falsas.

Para $c=\frac{1}{2}$, tem-se $f(x)=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$, pelo que $D'_f=\left]-\infty,\ \frac{13}{4}\right]$.

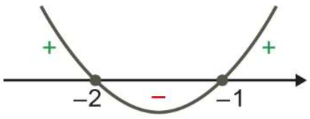
Logo, a afirmação **(II)** é verdadeira.

10.1. $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2+3x=-x \Leftrightarrow x^2+4x=0 \Leftrightarrow x(x+4)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-4$

$g(-4)=-(-4)=4$

Assim, $I(-4,\ 4)$.

10.2. $x^2+3x\leq -2 \Leftrightarrow x^2+3x+2\leq 0$



$$x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times 2}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-2$$

$x\in[-2,-1]$

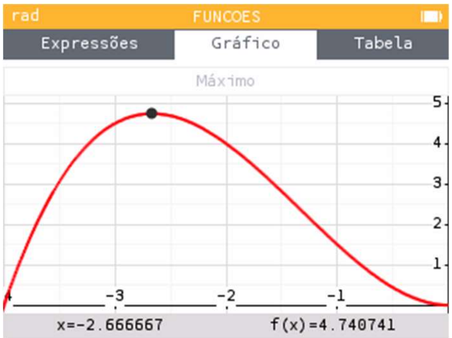
10.3. **a)** $C(x,\ 0)$, $x\in\,]-4,0[$

$A(x,\ y_A)=A(x,\ g(x))=A(x,-x)$

$B(x,\ y_B)=B(x,\ f(x))=B(x,\ x^2+3x)$

$$A_{[ABI]}=\frac{(y_A+(-y_B))\times(-x)}{2}=\frac{(-x-x^2-3x)\times(-x)}{2}=\frac{(-x^2-4x)\times(-x)}{2}=\frac{x^3+4x^2}{2}=\frac{x^3}{2}+2x^2$$

b) $h(x)=\frac{x^3}{2}+2x^2$, $x\in\,]-4,\ 0[$



$x\approx -2{,}67$