

## 2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 18

1.º Período

13/12/2021

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, sendo treze cartas de cada um de quatro naipes: espadas, paus, copas e ouros.

1.1. Retiram-se, ao acaso, seis cartas de uma só vez.

De quantas maneiras podem sair, pelo menos, cinco cartas de espadas?

(A) 3003      (B) 5885      (C) 51 909      (D) 72 101

1.2. Sabe-se que, no baralho das 52 cartas, há doze figuras, três de cada naipe.

Extrai-se agora uma carta ao acaso.

Considere os acontecimentos seguintes.

$E$ : «A carta é do naipe de espadas.»

$F$ : «A carta é uma figura.»

Averigue se os acontecimentos  $E$  e  $F$  são independentes.

1.3. Admita agora que foram retiradas algumas cartas do baralho.

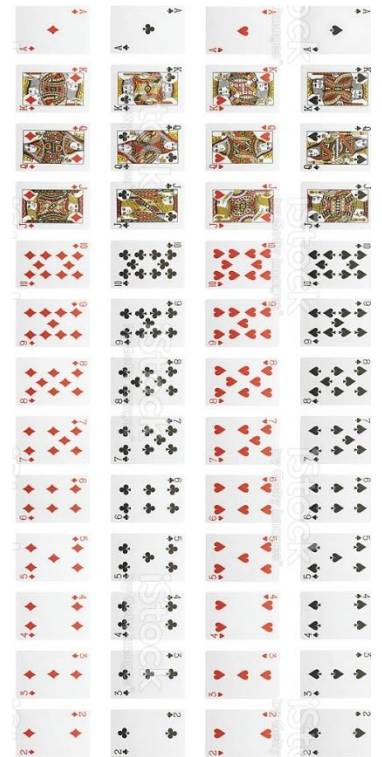
Sabe-se que, nesse baralho incompleto, 20% das cartas são do naipe de espadas.

Considere que se extraem, ao acaso, duas cartas, uma de cada vez.

Sabendo que a probabilidade de ambas as cartas serem do naipe espadas é igual a  $\frac{2}{55}$ , determine quantas cartas foram retiradas do baralho.

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação.



Exercícios

de

MATEMÁTICA A

para preparar o

Exame Nacional de 2021

(inclui 3 provas modelo)

2. O Olímpio é um futebolista profissional e ele sabe que, em média, concretiza 95% das grandes penalidades e 5% dos livres diretos.

Num certo jogo em que a sua equipa esteve a perder por 1 a 0, o Olímpio foi chamado a marcar uma grande penalidade e, alguns minutos depois, um livre direto.

Considerando apenas essas duas situações para golo, qual foi a probabilidade de o jogo ter terminado empatado?

(A) 1      (B) 0,048      (C) 0,903      (D) 0,905

3. Num inquérito efetuado durante a pandemia, apurou-se que:
- 70% dos inquiridos pagaram a conta da eletricidade;
  - dos que pagaram a conta da eletricidade,  $\frac{4}{5}$  pagaram a conta da água;
  - dos que pagaram a conta da água,  $\frac{2}{3}$  pagaram a conta da eletricidade.

Ao escolher um qualquer participante no inquérito, qual é a probabilidade de ele ter pagado a conta da água? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

4. 4.1. Seja  $E$  o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória e sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos possíveis desse espaço tais que  $P(A \cap B) = 12P(A \cap \bar{B})$ .

Mostre que  $P(A | \bar{B}) = \frac{P(A)}{13P(\bar{B})}$ .

- 4.2. Ao analisar a tabela dos melhores jogadores de ténis de 2021, chegou-se à conclusão de que:

- 1 em cada 6 dos tenistas canhotos são não europeus;
- 24% dos tenistas são não europeus e destros e estes são 12 vezes mais que os tenistas não europeus e canhotos.



Escolhe-se um tenista qualquer da tabela dos melhores jogadores de ténis. Determine a probabilidade de ele ser canhoto.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

**Nota:** Se o desejar, utilize a igualdade referida em 4.1.. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos  $A$  e  $B$ , no contexto da situação apresentada.

5. Considere a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = 2x^3 - x^2 - 4x$ .

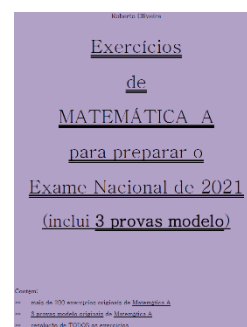
- 5.1. Qual é a taxa média de variação de  $h$  entre  $-2$  e  $1$ ?

- (A) 2                      (B) 3                      (C)  $-\frac{5}{3}$                       (D)  $-\frac{5}{2}$

- 5.2. Qual dos seguintes é a abcissa de um ponto do gráfico de  $h$  cuja taxa de variação é  $-\frac{3}{2}$ ?

- (A)  $\frac{5}{6}$                       (B)  $-\frac{5}{6}$                       (C)  $-\frac{19}{40}$                       (D)  $\frac{19}{40}$

- 5.3. Sem usar a calculadora, escreva a equação da reta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto de abcissa 2.



6. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{-12x-6}}{2x+6} & \text{se } x < -3 \\ \frac{x^2-10}{2} & \text{se } x \geq -3 \end{cases}$ .

6.1. Estude, sem usar a calculadora, a continuidade de  $f$  no ponto de abscissa  $-3$ .

6.2. 6.2.1. Recorra ao teorema de Bolzano-Cauchy para provar que a equação  $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - 6$  tem, pelo menos, uma solução no intervalo  $] -1, 3[$ .

6.2.2. Utilizando a calculadora gráfica, determine a(s) solução(ões) da equação anterior, nesse intervalo.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- apresente a(s) solução(ões) pedida(s) arredondada(s) às centésimas.

7. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \begin{cases} \sqrt{4x^2+5} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{k} + \frac{2x^3+5x^2-7}{1-x^2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$ , com  $k \neq 0$ .

7.1. Determine, sem usar a calculadora, o valor de  $k$  sabendo que a função  $g$  é contínua no ponto de abscissa  $1$ .

7.2. Quando  $x \rightarrow -\infty$ , o gráfico de  $g$  admite uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A)  $\frac{7}{3}$

(B)  $\frac{5}{4}$

(C)  $-4$

(D)  $-2$

8. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , tais que:

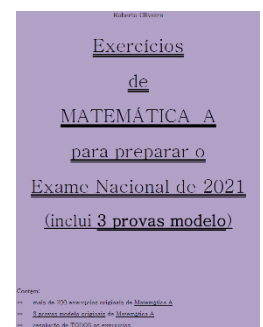
• a reta de equação  $y = 4x - 2$  é uma assíntota ao gráfico de  $f$ ;

•  $g(x) = \frac{\text{sen } x - x f(x)}{x^2}$ .

Prove que o gráfico de  $g$  tem uma assíntota horizontal e indique a sua equação.

FIM

COTAÇÕES



Item																
Cotação (em pontos)																
1.1.	1.2.	1.3.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	5.3.	6.1.	6.2.1.	6.2.2.	7.1.	7.2.	8.	
8	10	15	8	20	15	15	8	8	10	15	15	15	15	8	15	200