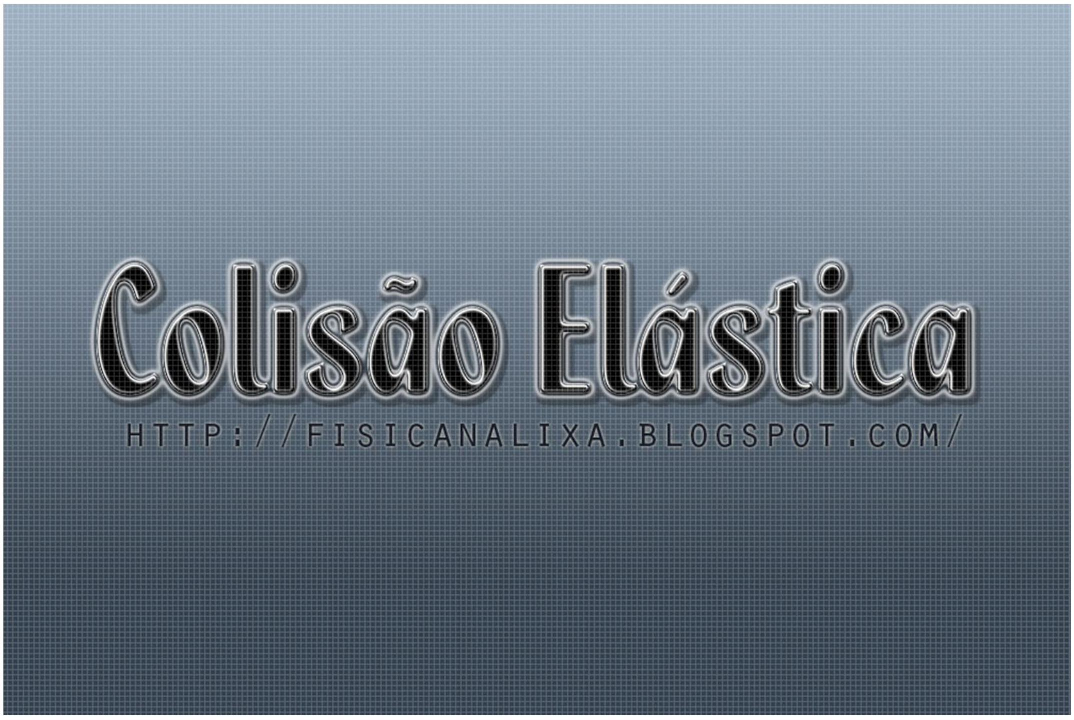
Colisão Elástica
HTTP://FISICANALIXA.BLOGSPOT.COM/

Consideremos a colisão elástica entre duas bolas A e B.

Lei da conservação do momento linear:

$$m_A\vec{v}_{0A} + m_B\vec{v}_{0B} = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$$

Considerando apenas a situação a uma dimensão, vem:

$$m_A v_{0A} + m_B v_{0B} = m_A v_A + m_B v_B$$

$$m_A(v_{0A} - v_A) = m_B(v_B - v_{0B}) \qquad (1)$$

Como a colisão é elástica, a energia cinética total é conservada, assim:

$$\frac{1}{2}m_A v_{0A}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{0B}^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

ou

$$m_A v_{0A}^2 + m_B v_{0B}^2 = m_A v_A^2 + m_B v_B^2$$

$$m_A(v_{0A}^2 - v_A^2) = m_B(v_B^2 - v_{0B}^2)$$

(Note que $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$)

ou ainda

$$m_A(v_{0A} + v_A)(v_{0A} - v_A) = m_B(v_B + v_{0B})(v_B - v_{0B}) \qquad (2)$$

Dividindo a equação (2) pela equação (1), temos:

$$v_{0A} + v_A = v_B + v_{0B} \qquad (3)$$

ou seja:

$$v_{0A} - v_{0B} = v_B - v_A$$

A equação anterior é válida para colisões elásticas, qualquer que seja a massa das bolas.

Das equações (1) e (3), vem:

$$v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{0A} + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_{0B} \qquad (4)$$

e

$$v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{0A} + \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} v_{0B} \qquad (5)$$

Vamos analisar várias situações, a partir das equações anteriores:

- Se $m_A = m_B$, então $v_A = v_{0B}$ e $v_B = v_{0A}$. Ou seja, as bolas trocarão de velocidade.

- Se $v_{0B} = 0$, então $v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{0A}$ e $v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{0A}$

  - Se $m_A < m_B$, então $v_A < 0$, ou seja, inverte o sentido;

  - Se $m_A > m_B$, então $v_A < v_{0A}$, ou seja, a velocidade da bola A diminui;

  - Se $m_A = m_B$, então $v_A = 0$ e $v_B = v_{0A}$, ou seja, a bola A pára e a bola B começa a deslocar-se com a velocidade inicial de A.

Albino Rafael

Consideremos uma colisão elástica bidimensional entre dois corpos de massas iguais.

Lei da conservação do momento linear:

$$m_A\vec{v}_{0A} + m_B\vec{v}_{0B} = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$$

Sendo, $m_A = m_B$, então $\vec{v}_{0A} + \vec{v}_{0B} = \vec{v}_A + \vec{v}_B$ (1)

Como a colisão é elástica, a energia é conservada

$$\frac{1}{2}m_A v_{0A}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{0B}^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

Para $m_A = m_B$, vem $v_{0A}^2 + v_{0B}^2 = v_A^2 + v_B^2$ (2)

Fazendo o produto escalar de cada lado da equação (1), temos

$$(\vec{v}_{0A} + \vec{v}_{0B}) \bullet (\vec{v}_{0A} + \vec{v}_{0B}) = (\vec{v}_A + \vec{v}_B) \bullet (\vec{v}_A + \vec{v}_B)$$

ou $\vec{v}_{0A} \bullet \vec{v}_{0A} + 2\vec{v}_{0A} \bullet \vec{v}_{0B} + \vec{v}_{0B} \bullet \vec{v}_{0B} = \vec{v}_A \bullet \vec{v}_A + 2\vec{v}_A \bullet \vec{v}_B + \vec{v}_B \bullet \vec{v}_B$

Pelas regras do produto escalar ($\vec{v}_A \bullet \vec{v}_B = v_A v_B \cos\theta$), $\vec{v}_{0A} \bullet \vec{v}_{0A} = v_{0A}^2$, então

$$v_{0A}^2 + 2\vec{v}_{0A} \bullet \vec{v}_{0B} + v_{0B}^2 = v_A^2 + 2\vec{v}_A \bullet \vec{v}_B + v_B^2$$

De acordo com a equação (2), $v_{0A}^2 + v_{0B}^2$ e $v_A^2 + v_B^2$ são iguais, logo

$$\vec{v}_{0A} \bullet \vec{v}_{0B} = \vec{v}_A \bullet \vec{v}_B \quad (3)$$

Agora suponhamos que inicialmente a partícula B está em repouso.

Se $\vec{v}_{0B} = \vec{0}$, o produto escalar $\vec{v}_{0A} \bullet \vec{v}_{0B}$ será zero, e de acordo com a equação (3) $\vec{v}_A \bullet \vec{v}_B = 0$, ou seja, $\cos\theta = 0$, então $\theta = 90º$.

Está demonstrado que os vectores $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ são perpendiculares.