Prova de Matemática | 3.º ciclo do ensino básico

9.º ano de escolaridade

Proposta de resolução

1. Sabemos que os cinco amigos jogaram dardos e cada um obteve 1, 2, 3 ou 4 pontos.

O gráfico indica as pontuações da Ana, do Bruno e da Carla:

Ana $\rightarrow$ 1 ponto; Bruno $\rightarrow$ 3 pontos; Carla $\rightarrow$ 4 pontos

Sabemos ainda que a média das pontuações dos cinco amigos foi 2,6 pontos. Se a média é 2,6 e há 5 jogadores, então a soma total das pontuações é $2{,}6 \times 5 = 13$.

Como os três primeiros jogadores (Ana, Bruno e Carla) obtiveram $1 + 3 + 4 = 8$ pontos, os dois jogadores em falta (Diogo e Elisa) somaram $13 - 8 = 5$ pontos. Assim, basta encontrar dois números (entre 1 e 4) cuja soma seja 5: (1, 4); (2, 3); (3, 2); (4, 1).

Vamos testar cada combinação com os valores fixos: Ana (1), Bruno (3) e Carla (4)

(1, 4) $\rightarrow$ conjunto: 1, 1, 3, 4, 4
- Mediana: 3
- Moda: 1 e 4 $\rightarrow$ Não há nenhuma opção

(2, 3) $\rightarrow$ conjunto: 1, 2, 3, 3, 4
- Mediana: 3
- Moda: 3 $\rightarrow$ Opção [B]

(3, 2) $\rightarrow$ conjunto: 1, 2, 3, 3, 4
- Mediana: 3
- Moda: 3 $\rightarrow$ Opção [B]

(4, 1) $\rightarrow$ conjunto: 1, 1, 3, 4, 4
- Mediana: 3
- Moda: 1 e 4 $\rightarrow$ Não há nenhuma opção

Resposta: opção [B]

2. **2.1** Departamento de desenvolvimento: 80 funcionários $\times$ 1800 € = 144 000 €

Departamento de vendas: 40 funcionários $\times$ 2400 € = 96 000 €

Total: 144 000 € + 96 000 € = 240 000 €

Média dos salários = 240 000 € ÷ 120 = 2000 €

Resposta: opção [B]

2.2 Probabilidade de pertencer ao departamento de vendas: $P = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$.

Resposta: opção [C]

3. Resposta: opção [A]

4. $\frac{4(x-1)}{3} - \frac{2-x}{4} \leq 3$

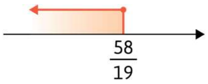
$\Leftrightarrow \frac{4x-4}{3} + \frac{x-2}{4} \leq 3$

$\Leftrightarrow 16x - 16 + 3x - 6 \leq 36$

$\Leftrightarrow 19x - 22 \leq 36$

$\Leftrightarrow 19x \leq 36 + 22$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{58}{19}$



C.S. = $\left]-\infty, \frac{58}{19}\right]$

5. Número total de quadrados do termo de ordem n: $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Para n = 19:

$\frac{(19+1)(19+2)}{2} = 210$

Assim, conclui-se que o termo de ordem 19 tem 210 quadrados (no total). De acordo com a lei de formação sugerida, o número de quadrados brancos é 210 – 1 = 209.

Resposta: opção [C]

6. Como [AD] é o diâmetro da base do cone e $\overline{AD}$ = 10 cm, o raio da base do cone (r) é metade do diâmetro: $r = \frac{\overline{AD}}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm

O volume de um cone (V_{cone}) é dado por $V_{cone} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, onde r é o raio da base e h é a altura do cone. Sabemos que $V_{cone} = 75\pi$ cm^3 e que $r = 5$ cm.

Assim, substituímos estes valores na fórmula e resolvemos em ordem a h.

$75\pi = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 h$

$\Leftrightarrow 75\pi = \frac{1}{3}\pi \times 25h$

$\Leftrightarrow 75\pi = \frac{25h}{3}\pi$

$\Leftrightarrow 225\pi = 25h\pi$

$\Leftrightarrow h = \frac{225\pi}{25\pi}$

$\Leftrightarrow h = 9$

A altura do cone é 9 cm.

Sabe-se que a pirâmide tem a mesma altura do cone.

Seja ℓ o lado do quadrado [$BCEF$]. Assim:

$10^2 = \ell^2 + \ell^2$

$\Leftrightarrow 2\ell^2 = 100$

$\Leftrightarrow \ell^2 = 50$

Assim, $\ell = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$ cm.

Logo, a área da base da pirâmide, ou seja, a área do quadrado [*BCEF*] é dada por:

$A_{\text{base}} = \ell^2 = 50$ cm^2

O volume da pirâmide é dado pela fórmula $V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3}A_{\text{base}}h$.

Então, o volume da pirâmide [*BCEFV*] é $V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times 50 \times 9 = \frac{450}{3} = 150$

Logo, o volume da pirâmide é 150 cm^3.

7. Resposta: opção [D]

8.

$\boxed{1.}$ $7x^2 = 56x$

$\boxed{5.}$ $x = 0 \vee x = 8$

$\boxed{3.}$ $7x(x - 8) = 0$

$\boxed{2.}$ $7x^2 - 56x = 0$

$\boxed{4.}$ $7x = 0 \vee x - 8 = 0$

$\boxed{6.}$ $\text{C.S.} = \{0, 8\}$

9. Sabemos que o número estimado de turistas em 2024 foi 1,4 mil milhões. Em notação científica: $1{,}4 \times 10^9$.

Este valor representa um aumento de 11% em relação a 2023.

Seja *T* o número de turistas em 2023. Então, $1{,}4 \times 10^9 = 1{,}11 \times T$, pelo que $T = \frac{1{,}4 \times 10^9}{1{,}11}$, ou seja, $T \approx 1{,}261 \times 10^9$.

Resposta: opção [A]

10. Seja x o número de bicicletas de montanha vendidas e y o número de bicicletas de cidade. De acordo com o enunciado, temos duas informações importantes que nos permitem formar duas equações.

- Foram vendidas, no total, 18 bicicletas. Assim, $x + y = 18$;
- A receita total da venda foi 6900 euros, o custo de cada bicicleta de montanha foi 450 euros e o de cada bicicleta de cidade foi de 300 euros. Assim, $450x + 300x = 6900$.

Temos, então, um sistema de duas equações com duas incógnitas:

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 450x + 300y = 6900 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 450x + 300y = 6900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ 450x + 300(18 - x) = 6900 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ 450x + 5400 - 300x = 6900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ 150x = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ x = \frac{1500}{150} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 10 \end{cases}$

Resposta: opção [B]

11. Para calcular o volume do sólido, basta determinar a soma do volume do prisma triangular [*ABCDEF*] com o volume do cubo [*BCEFGHIJ*].

- Volume do prisma triangular [*ABCDEF*]:

  O triângulo [*ABF*] é um triângulo retângulo e isósceles, sendo $\overline{AB}$ = 10 cm. Portanto, temos $\overline{AF}$ = $\overline{AB}$ = 10 cm.

  Como [*ABF*] é um triângulo retângulo, podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

  $$\overline{AB}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{FB}^2 \Leftrightarrow 10^2 + 10^2 = \overline{FB}^2 \Leftrightarrow 200 = \overline{FB}^2$$

  Logo, como $\overline{FB} > 0$, temos que $\overline{FB}$ = $\sqrt{200}$ cm.

  Como [*BCEFGHIJ*] é um cubo, temos que $\overline{FE} = \overline{FB}$, ou seja, $\overline{FE}$ = $\sqrt{200}$ cm.

  Como a altura do prisma triangular é [*FE*], temos:

  $V_{[ABCDEF]} = A_{[ABF]} \times \overline{FE} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AF}}{2} \times \overline{EF} = 50\sqrt{200}$ cm^3 ≈ 707,11 cm^3

- Volume do cubo [*BCEFGHIJ*]:

  $V_{[\text{ABCEFGHIJ}]} = \overline{FB}^3 = \sqrt{200}^3$ cm^3 ≈ 2828,43 cm^3

  Podemos concluir que o volume do sólido é, aproximadamente, 3535,5 cm^3.

Resposta: opção [B]

12. Resposta: opção [D]

13. **13.1** A função *g*, sendo uma função quadrática, é definida por $g(x) = ax^2$.

Como o ponto *A*(1, 4) pertence ao gráfico da função *g*, temos que:

$4 = a \times 1^2 \Leftrightarrow \frac{4}{1} = a \Leftrightarrow a = 4$

Logo, $g(x) = 4x^2$.

Resposta: opção [D]

13.2 O ponto de coordenadas (1, 4) pertence ao gráfico da função *f*, que é uma função de proporcionalidade inversa. Assim, a constante de proporcionalidade é 4 (1 × 4 = 4) e, portanto, o produto da abcissa pela ordenada de qualquer ponto do gráfico de *f* também é 4, pelo que $k \times w = 4$.

Sabe-se que o gráfico de uma função quadrática, do tipo $y = ax^2$, é simétrico em relação ao eixo *Oy*. Assim, o ponto *C* tem abcissa –1, pelo que $m = -1$.

Por conseguinte, $k \times w \times m = 4 \times (-1) = -4$.

Resposta: opção [B]

14. Se 12 amigos iam pagar 10 € cada um, o custo total do aluguer é 120 € (12 $\times$ 10 = 120).

Se dois dos amigos não podem comparecer, vão jogar apenas 10 amigos.

Como o custo total continua a ser 120 €, mas agora vai ser dividido por apenas 10 amigos, cada amigo tem de pagar 12 € (120 € ÷ 10 = 12 €).

15. $(-3x-4)^2 = (-3x)^2 + 2 \times (-3x) \times (-4) + (-4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$

Resposta: opção [B]

16. O triângulo [*AED*] é isósceles, pois dois dos seus lados, [*EA*] e [*AD*], são raios da circunferência.

Assim, como num triângulo a lados iguais correspondem ângulos iguais, podemos concluir que $A\hat{E}D$ = 66° e que $D\hat{A}E$ = 180° – 2 $\times$ 66° = 48°.

Como a amplitude de um ângulo ao centro é igual à amplitude do arco compreendido entre os seus lados, podemos concluir que o arco menor *ED* tem 48° de amplitude.

A amplitude de um ângulo inscrito é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados, ou seja, $E\hat{C}B = \frac{\widehat{EB}}{2}$. Assim, $\widehat{EB}$ = 2 $\times$ $E\hat{C}B$ = 2 $\times$ 64° = 128°.

Logo, $\widehat{DB} = \widehat{EB} - \widehat{ED}$ = 128° – 48° = 80°.

Resposta: opção [C]

17.