

Novo Espaço – Matemática A 10.º ano

Proposta de Teste [outubro - 2017]



Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____

Data: ___ / ___ / ___

-
- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
 - A prova inclui um formulário.
 - As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.
-

1. Sejam $A(x)$ e $B(x)$ polinómios de graus 3 e 2, respetivamente.

1.1. Indica o grau do polinómio $P(x)$ se:

a) $P(x) = A(x) \times B(x)$

b) $P(x) = A(x) - B(x)$

c) $P(x) = (x - A(x))^2$

1.2. Seja $C(x) = 2x^3 + 5x - 1$ e $P(x) = C(x) + A(x)$.

Dá exemplo de um polinómio $A(x)$ de modo que $P(x)$ tenha grau 2.

2. Qual dos seguintes números pertence ao intervalo $\left]6 \times 2^{-2}, 5^{\frac{1}{2}}\right]$?

(A) 3

(B) $\frac{5}{7}$

(C) 1,7

(D) $\frac{7}{2}$

Indica a opção correta.

3. Na figura estão representados dois quadrados e um triângulo. O triângulo $[AFD]$ e os quadrados $[ABCD]$ e $[BEFG]$.

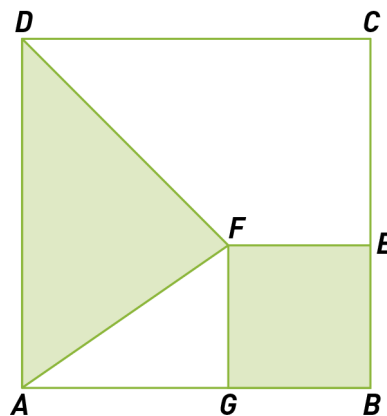
Fixada uma unidade de comprimento, sabe-se que:

- a área do quadrado $[ABCD]$ é 48.
- o perímetro do quadrado $[BEFG]$ é $8\sqrt{2}$.

Mostra que:

3.1. o perímetro do quadrado $[ABCD]$ é igual a $16\sqrt{3}$;

3.2. a área do triângulo $[AFD]$ é igual a $24 - 4\sqrt{6}$.



4. Considera o polinómio $P(x) = -2x^3 + 3x - 1$.

4.1. Na divisão inteira de $P(x)$ por $D(x)$ o quociente e o resto são, respetivamente, $-2x$ e $-5x - 1$.

Determina, na forma de polinómio reduzido, $D(x)$.

4.2. Determina $P(1)$ e resolve a equação $P(x) = 0$.

5. Considera a família de polinómios P , tal que:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - kx^2 - 3x + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

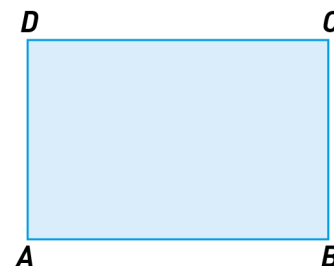
5.1. Determina para que valor de k o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $(x + 2)$ é igual a 3.

5.2. Indica, justificando, o valor lógico da proposição:

a) $\forall k \in \mathbb{R}$, $P(x)$ é divisível por $(x - 1)$.

b) $\exists k \in \mathbb{R}$, $P(x)$ é divisível por $(x + 1)$.

6. Na figura está representado um retângulo $[ABCD]$.
Sabe-se que a área do retângulo é representada pela expressão
 $A(x) = 3x^3 + 8x^2 + 9$ e a medida do lado $[BC]$ pela expressão
 $B(x) = x + 3$.



Determina uma expressão que represente \overline{AB} .

7. Considera os conjuntos:

$$S = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\} \text{ e } T = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 3\}$$

7.1. Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto S .

7.2. Indica, justificando, o valor lógico da proposição:

$$\forall x, x \in \overline{T} \Rightarrow x \in S$$

8. Seja $P(x)$ um polinómio do 3.º grau.

Sabe-se que:

- 1 é zero de multiplicidade 2;
- o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $(x + 1)$ é 8.

Dá exemplo de um polinómio $P(x)$, na forma reduzida, que satisfaça as condições dadas.

FIM

	Cotações																
Questões	1.1.a)	1.1.b)	1.1.c)	1.2.	2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.a)	5.2.b)	6.	7.1.	7.2.	8.	Total
Pontos	8	8	8	8	8	15	18	15	18	13	15	15	15	12	12	12	200

1.

1.1.

a) Resposta: Grau 5

b) Resposta: Grau 3

c) Resposta: Grau 6

1.2. $C(x) = 2x^3 + 5x - 1$ e $P(x) = C(x) + A(x)$

Por exemplo, $A(x) = -2x^3 + x^2$.

$P(x) = x^2 + 5x - 1$, tem grau 2.

Resposta: Por exemplo, $A(x) = -2x^3 + x^2$.

2. $]6 \times 2^{-2}, 5^{\frac{1}{2}}]$

$6 \times 2^{-2} = \frac{6}{2^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$ e $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ e $2 < \sqrt{5} < 3$.

Resposta: A opção correta é (C) 1,7.

3.

3.1. $\overline{AB} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3} = 4\sqrt{3}$

O perímetro do quadrado $[ABCD]$ é igual a:

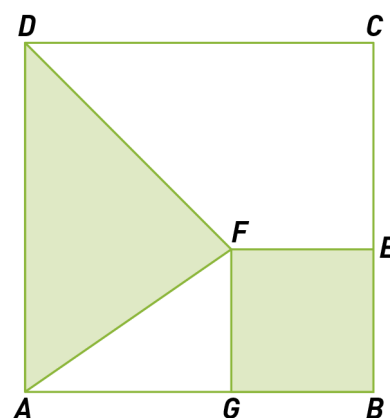
$$4 \times \overline{AB} = 4 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

3.2. $\overline{GB} = \frac{8\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$

$$\overline{AG} = \overline{AB} - \overline{GB} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

Área do triângulo $[AFG]$:

$$\frac{\overline{AD} \times \overline{AG}}{2} = \frac{4\sqrt{3} \times (4\sqrt{3} - 2\sqrt{2})}{2} = \frac{48 - 8\sqrt{6}}{2} = 24 - 4\sqrt{6}$$



4.

4.1. Sabe-se que $P(x) = D(x) \times (-2x) - 5x - 1$. Então, tem-se:

$$D(x) \times (-2x) - 5x - 1 = -2x^3 + 3x - 1 \Leftrightarrow D(x) = \frac{-2x^3 + 8x}{-2x}$$

$$\Leftrightarrow D(x) = x^2 - 4$$

$$\begin{array}{r|l} -2x^3 + 8x & -2x \\ \hline 2x^3 & x^2 - 4 \\ \hline & 8x \\ & -8x \\ \hline & 0 \end{array}$$

Resposta: $D(x) = x^2 - 4$

4.2.

$$P(1) = -2 \times 1^3 + 3 \times 1 - 1 = -2 + 3 - 1 = 0$$

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(-2x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \quad \vee \quad -2x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \vee \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{-4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \vee \quad x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \vee \quad x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \vee \quad x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & & -2 & -2 & 1 \\ \hline & -2 & -2 & 1 & 0 \end{array}$$

Resposta: $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ e 1

5. $P(x) = x^4 + 2x^3 - kx^2 - 3x + k$, $k \in \mathbb{R}$

5.1. Recorrendo ao Teorema do resto tem-se:

$$P(-2) = 3 \Leftrightarrow 16 - 16 - 4k + 6 + k = 3 \Leftrightarrow -3k = -3 \Leftrightarrow k = 1$$

Resposta: $k = 1$

5.2.

a) $P(1) = 0 \Leftrightarrow 1 + 2 - k - 3 + k = 0$

Condição universal.

Resposta: Verdadeiro

b) $P(-1) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 - k + 3 + k = 0$

Equação impossível

Resposta: Falso

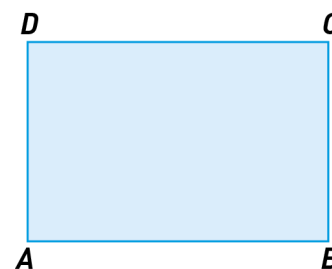
6. Seja $C(x)$ a expressão que representa \overline{AB} .
Como $B(x) \times C(x) = A(x)$, tem-se:

$$C(x) = \frac{3x^3 + 8x^2 + 9}{x + 3}$$

-3	3	8	0	9
-3	3	-1	3	0

ou seja, $C(x) = 3x^2 - x + 3$.

Resposta: $C(x) = 3x^2 - x + 3$



7.

7.1.

$$S = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\} \quad \text{e} \quad T = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 3\}$$

$$x^2 < 4 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) < 0$$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x - 2$	-	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$(x - 2)(x + 2)$	+	0	-	0	+

$$x^2 < 4 \Leftrightarrow x \in]-2, 2[$$

Resposta: $S =]-2, 2[$

7.2.

$$|x| \geq 3 \Leftrightarrow x \leq -3 \vee x \geq 3$$

$$T =]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$$

$$\overline{T} =]-3, 3[\quad \text{e} \quad S =]-2, 2[$$

Por exemplo, $\frac{5}{2} \in \overline{T}$ e $\frac{5}{2} \notin S$.

Daqui resulta que a proposição: $\forall x, x \in \overline{T} \Rightarrow x \in S$ é falsa.

Resposta: Valor lógico falso

8. $P(x)$ é um polinómio do 3.º grau.

Sabe-se que:

- 1 é zero de multiplicidade 2;
- o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $(x + 1)$ é 8.

$$P(x) = (x - 1)^2(ax + b)$$

$$P(-1) = 8 \Leftrightarrow (-1 - 1)^2(-a + b) = 8 \Leftrightarrow -a + b = 2 \Leftrightarrow b = a + 2$$

Por exemplo, para $a = 1$ tem-se $b = 3$. Então, tem-se:

$$P(x) = (x - 1)^2(x + 3) = (x^2 - 2x + 1)(x + 3) = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

Resposta: Por exemplo, $x^3 + x^2 - 5x + 3$.

FIM

	Cotações																
Questões	1.1.a)	1.1.b)	1.1.c)	1.2.	2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.a)	5.2.b)	6.	7.1.	7.2.	8.	Total
Pontos	8	8	8	8	8	15	18	15	18	13	15	15	15	12	12	12	200